

سری کتاب‌های کمک آموزشی کارشناسی ارشد

کنترل کیفیت آماری

مجموعه مهندسی صنایع

مؤلف: سعید فیاض

ویراستار علمی: پرویز فتامی

فیاض، سعید

کنترل کیفیت آماری / ویراستار علمی پرویز فتاحی

مشاوران صعود ماهان، ۱۴۰۴

۳۳۳ ص: جدول، نمودار (آمادگی آزمون کارشناسی ارشد مهندسی صنایع)

ISBN: 978-600-458-846-1

فهرست نویسی بر اساس اطلاعات فیاض.

فارسی - چاپ اول

۱- کنترل کیفیت آماری ۲- آزمونها و تمرینها (عالی) ۳- آزمون دوره‌های تحصیلات تکمیلی

۴- دانشگاهها و مدارس عالی - ایران - آزمونها

سعید فیاض

ج - عنوان

QA ۲۷۶ / ۱۸ / ط / ۸۶ آ ۸۴

رده‌بندی دیویی: ۵۱۹/۵۰۷۶

کتابخانه ملی ایران ۱۹۷۱۹۵۳

نام کتاب: ☒

کنترل کیفیت آماری

مؤلف: ☒

سعید فیاض

ناشر: ☒

مشاوران صعود ماهان

نوبت و تاریخ چاپ: ☒

اول / ۱۴۰۴

تیراژ: ☒

۱۰۰۰ نسخه

قیمت: ☒

۵ / ۱۹۰ / ۰۰۰ ریال

شابک: ☒

ISBN: ۹۷۸-۶۰۰-۴۵۸-۸۴۶-۱

انتشارات مشاوران صعود ماهان: سهروردی شمالی، میرزازینالی شرقی - پلاک ۵۱

تلفن: ۸۸۴۰۱۳۱۳

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به موسسه آموزش عالی آزاد ماهان می‌باشد و هر گونه
اقتباس و کپی‌برداری از این اثر بدون اخذ مجوز پیگرد قانونی دارد

مقدمه ناشر

آیا آنانکه می‌دانند با آنانکه نمی‌دانند برابرند؟ (قرآن کریم)

پس از حمد و سپاس و ستایش به درگاه بی‌همتای احدیت و درود بر محمد مصطفی، عالی نمونه بشریت که در تاریخ دور تاریخ، بنا به فرمان نافذ صمدیت از میان مردمی برخاست که خود بودند در پست‌ترین حد توحش و ضلال و بربریت و آنگاه با قوانین شامل خویش هم ایشان را راهبری نمود و رهانید از بدویت و استعانت جوییم از قرآن کریم، کتابی که هست جاودانه و بی‌نقص تا ابدیت.

کتابی که در دست دارید آخرین ویرایش از مجموعه کتب خودآموز مؤسسه آموزش عالی آزاد ماهان است که بر مبنای خلاصه درس و تأکید بر نکات مهم و کلیدی و تنوع پرسش‌های چهار گزینه‌ای جمع‌آوری شده است. در این ویرایش ضمن توجه کامل به آخرین تغییرات در سرفصل‌های تعیین شده جهت آزمون‌های ارشد تلاش گردیده است که مطالب از منابع مختلف معتبر و مورد تأکید طراحان ارشد با ذکر مثال‌های متعدد بصورت پرسش‌های چهار گزینه‌ای با کلید و در صورت لزوم تشریح کامل ارائه گردد تا دانشجویان گرامی را از مراجعه به سایر منابع مشابه بی‌نیاز نماید.

لازم به ذکر است شرکت در آزمون‌های آزمایشی ماهان که در جامعه آماری گسترده و در سطح کشور برگزار می‌گردد می‌تواند محک جدی برای عزیزان دانشجو باشد تا نقاط ضعف احتمالی خود را بیابند و با مرور مجدد مطالب این کتاب، آنها را برطرف سازند که تجربه سال‌های مختلف موکد این مسیر به عنوان مطمئن‌ترین راه برای موفقیت می‌باشد.

لازم به ذکر است از پورتال ماهان به آدرس www.mahanportal.ir می‌توانید خدمات پشتیبانی را دریافت دارید. و نیز بر خود می‌بالیم که همه ساله میزان تطبیق مطالب این کتاب با سؤالات آزمون‌های ارشد- که از شاخصه‌های مهم ارزیابی کیفی این کتاب‌ها می‌باشد- ما را در محضر شما سربلند می‌نماید.

در خاتمه بر خود واجب می‌دانیم که از همه اساتید بزرگوار و دانشجویان ارجمند از سراسر کشور و حتی خارج از کشور و همه همکاران گرامی که با ارائه نقطه نظرات سازنده خود ما را در پربارتر کردن ویرایش جدید این کتاب یاری نمودند سپاسگزاری نموده و به پاس تلاش‌های بی‌چشمداشت، این کتاب را به محضرشان تقدیم نماییم.

مؤسسه آموزش عالی آزاد ماهان
معاونت آموزش

مقدمه مؤلف

امروزه بهبود کیفیت بعنوان یک ابزار رقابتی برای سازمانها مطرح می‌باشد. استفاده از اصول و روش‌های آماری بخش گسترده‌ای از بهبود کیفیت را تشکیل می‌دهد و نقش اساسی روش‌های آماری در رسیدن به کیفیت مطلوب بیش از گذشته مورد توجه قرار گرفته است.

با گسترده‌ی روش‌های آماری در کنترل کیفیت و اهمیت آن برای سازمانها، کنترل کیفیت آماری به یک بخش مهم در سازمانها تبدیل شده است. با توجه به اهمیت مقوله کیفیت، درس کنترل کیفیت آماری بعنوان یکی از مهارت‌های مهندسين صنايع در آزمون تحصیلات تکمیلی قرار گرفته و با توجه به گستردگی و حجم مطالب، تصمیم به گردآوری کتاب حاضر نموده‌ایم.

امید است که کتاب حاضر بتواند در افزایش مهارت کنترل کیفیت آماری گامی مؤثر برداشته و راهنمای مهندسان و دانشجویان قرار گیرد. کتاب حاضر شامل خلاصه درس و مفاهیم پایه، نکات مهم و تست‌های آمادگی برای آزمون کارشناسی ارشد است و سعی گردیده تا سرفصل‌های مهم در آن مورد بررسی قرار گیرد.

مسلماً این کتاب خالی از ایراد نبوده و امید است تا با توجهات اساتید و دانشجویان عزیز در چاپ‌های بعدی این ایرادات برطرف شود.

در پایان از مسئولین موسسه آموزشی ماهان تشکر و قدردانی می‌کنم.

مهندس سعید فیاض

عنوان	صفحه
فصل اول: بهبود کیفیت در محیط‌های نوین	۷
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل اول	۳۳
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل اول	۳۷
سؤالات تشریحی فصل اول	۴۲
فصل دوم: روشها و فلسفه کنترل فرآیند آماری	۶۱
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل دوم	۷۷
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل دوم	۸۲
سؤالات چهارگزینه‌ای دوره‌ای مفاهیم و تعریف	۸۸
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای دوره‌ای مفاهیم و تعریف	۹۲
سؤالات تشریحی فصل دوم	۹۳
فصل سوم: نمودار کنترل برای مشخصه‌های وصفی	۹۹
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل سوم	۱۱۴
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل سوم	۱۲۰
سؤالات تشریحی فصل سوم	۱۲۸
فصل چهارم: نمودار کنترل برای مشخصه‌های متغیر	۱۴۱
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل چهارم	۱۶۳
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل چهارم	۱۷۲
سؤالات تشریحی فصل چهارم	۱۸۲
فصل پنجم: نمودار کنترل جمع تجمعی و میانگین متحرک موزون نمایی	۱۹۵
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل پنجم	۲۰۶
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل پنجم	۲۱۱
فصل ششم: تجزیه و تحلیل کارایی	۲۱۵
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل ششم	۲۳۳
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل ششم	۲۳۶

فصل هفتم: طرح‌های نمونه‌گیری جهت پذیرش مشخصه‌های وصفی	۲۴۱
سؤالات چهارگزینه‌ای فصل هفتم	۲۷۰
پاسخ سؤالات چهارگزینه‌ای فصل هفتم	۲۷۸
مجموعه سوالات کنکور	۲۸۵
پیوست	۳۰۹

فصل اول

بهبود کیفیت در محیط‌های نوین

عناوین اصلی

- ❖ فرآیند و تغییرپذیری
- ❖ توزیع‌های مهم آماری (گسسته و پیوسته)
- ❖ فاصله اطمینان و آزمون فرضیه

فصل اول

بهبود کیفیت در محیط‌های نوین

خوشبختانه درس‌های اخیر به دلایل مختلف نظیر بروز مشکلات اقتصادی و درک این واقعیت از طرف سازمانها که بهبود کیفیت می‌تواند با کاهش هزینه‌ها و نه افزایش آن همراه باشد سبب گردیده که به مقوله کیفیت اهمیت داده شود. توجه و اهمیت به مقوله کیفیت در قالب ارائه سیستم‌های مدیریت کیفیت براساس استانداردهای بین‌المللی سری ISO 9001 در حال ظهور می‌باشد. در کنترل کیفیت آماری بهبود فرایندهای کاری مورد توجه است. در قدم اول نیازمند تعریفی از فرایند هستیم

دلایل گوناگون نگرش بهبود کیفیت به عنوان استراتژی تجاری:

* ارتقاء سطح آگاهی و شناخت مصرف‌کننده نسبت به کیفیت

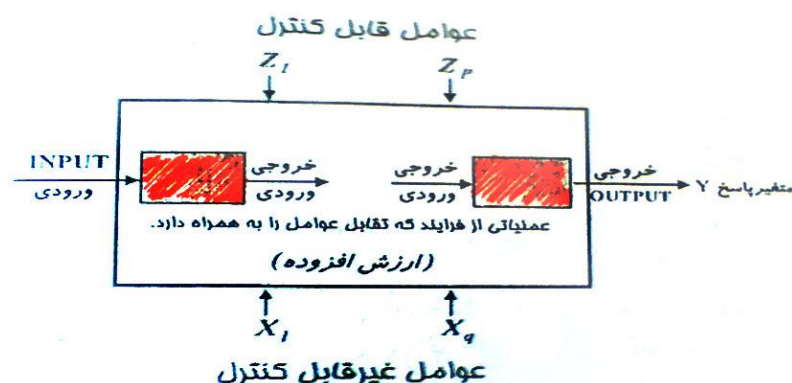
* مسئولیت در قبال محصول

* افزایش هزینه نیروی کار، انرژی و مواد اولیه

* تنگ‌تر شدن عرصه رقابت

* بهبودهای قابل توجه در زمینه‌های بهره‌وری

تعریف فرایند: یک فرایند را می‌توان دنباله‌ای از رویدادهای متوالی دانست که دارای یک ورودی (داده)، یک سری عملیات (ارزش افزوده)، و یک خروجی (ستانده) است و خود می‌تواند به دنباله‌های کوچکتری از رویدادهای متوالی به نام زیرفرایندها که هر یک دارای همان خصیصه‌های فرایند اصلی است تفکیک شود.



شکل ۱. پارامترهای فرایند

در این شکل فرایند تولید به صورت یک سیستم در نظر گرفته می‌شود که دارای یکسری ورودی و خروجی می‌باشد. ورودی‌های سیستم، $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$ هستند که عامل‌های قابل کنترل را تشکیل می‌دهند. می‌توان به عنوان مثال به مواردی نظیر درجه حرارت یا فشار، سرعت تغذیه سیستم و متغیرهای دیگر فرایند اشاره کرد. ورودیهای $z_1, z_2, z_3, \dots, z_q$ ورودی‌های غیرقابل کنترل نظیر

عاملهای زیست محیطی یا کیفیت موادخام ارئه شده توسط تامین کننده هستند. فرآیند تولید، این ورودیها را تبدیل به محصول نهایی می‌کند که می‌توان بوسیله چندین پارامتر، کیفیت و یا شایستگی جهت استفاده از آن را توضیح داد. متغیر خروجی Y معیاری برای ارزیابی کیفیت فرآیند است ۱- عوامل ورودی^۱: این‌ها عواملی هستند که جهت بیان مقدار پاسخ موردنظر در یک فرایند توسط به‌کارگیرنده تنظیم می‌شود. به‌عنوان مثال، سرعت یک پنکه برای تعیین مقدار وزش باد، یک عامل ورودی است که عامل علامتی نیز نامیده می‌شود.

۲- عوامل قابل کنترل (Z): این‌ها عواملی هستند که برای برآوردن نیازی به صورت مشخصات فنی توسط طراح تعیین می‌شود و به دو دسته قابل تفکیک است. برای یک دسته از این عوامل، هزینه ساخت با تغییر سطوح آن‌ها تغییر نمی‌کند (پارامترهای طراحی)^۲ و برای دسته دوم، هزینه ساخت با تغییر سطوح آن‌ها تغییر می‌یابد (عوامل رواداری)^۳.

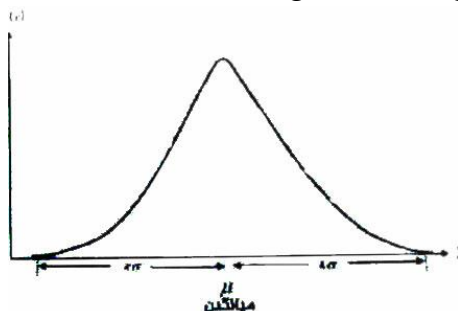
۳- عوامل غیرقابل کنترل یا اغتشاش (X): این‌ها عواملی هستند که به علت ملاحظات مختلف برای طراح غیرقابل کنترل است و به‌طور کلی به سه دسته به‌صورت زیر تفکیک می‌شود:

الف) عوامل اغتشاش برونی^۴، مانند متغیرهای محیطی (درجه حرارت، رطوبت، گردوغبار و...) و شرایط به‌کارگیری که عملکرد محصول را مختل می‌سازد.

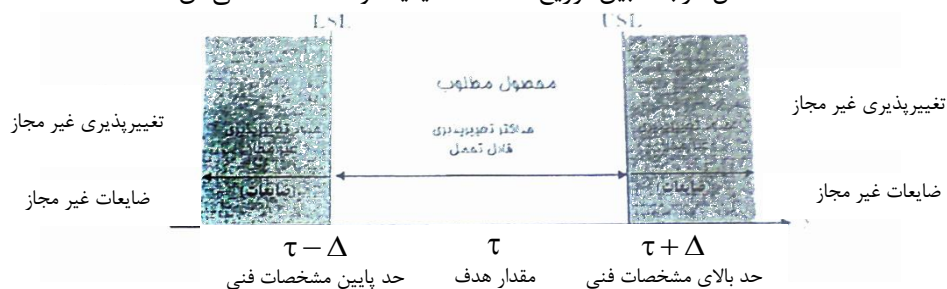
ب) عوامل اغتشاش درونی^۵ (استهلاک)، مانند زوال تدریجی محصول که باعث می‌شود محصول طی ذخیره‌سازی و یا به‌کارگیری فرسوده شود و نتواند عملکرد آرمانی خود را داشته باشد.

پ) عوامل اغتشاش واحد به واحد^۶، مانند تفاوت‌های موجود بین محصولات که بر طبق یک مشخصات فنی و تحت شرایط ساخت یکسان تولید می‌شود.

هر متغیر پاسخ یک فرایند (Y) که در ارتباط با کیفیت آن را مشخصه کیفی یا عملکردی نیز می‌نامند، یک متغیر تصادفی خواهد بود و بنابراین رفتارشناسی آن توسط یک توزیع احتمال بیان می‌شود. این توزیع احتمالی دارای مقدار میانگین (هدف) و تغییر پذیری مجاز بین دو حد بالایی و پایینی می‌باشد. این موضوع در شکل‌های زیر نشان داده شده است.



شکل ۲. رابطه بین توزیع مشخصه کیفیت و مشخصات فنی آن



شکل ۳. نمودار توزیع احتمال یک مشخصه کیفی متقارن

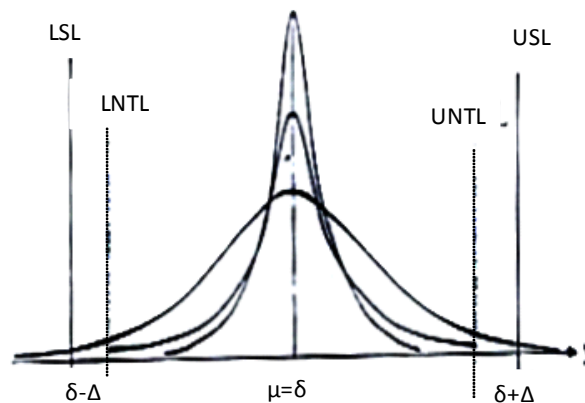
- 1-Input factors
- 2- Design Parameters
- 3-Tolerance factors
- 4-External noise factors
- 5- Internal noise factors
- 6- Unit – to- unit noise factors (product noise)



معمولاً کل پراکندگی توزیع این مشخصه‌های کیفیت را برابر 6σ یا $\pm 3\sigma$ از میانگین μ در نظر می‌گیرند که در این صورت 99.73 درصد از سطح زیر منحنی را در برمی‌گیرد و بقیه را که در دو دم توزیع واقع می‌شود چشم پوشی می‌کنند.

نکته: فاصله مقادیر $\pm 3\sigma$ از میانگین μ را که قابلیت یا کارایی فرایند می‌خوانند با حدود طبیعی تحمل بالا و پایین $(LNTL, UNTL)$ نمایش می‌دهند.

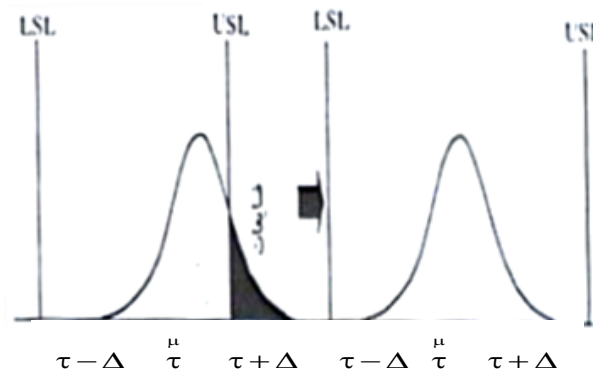
نکته: حدود بالا و پایین مشخصات فنی (LSL, USL) می‌باشد. این بازه رواداری که حداکثر تغییرپذیری قابل تحمل را برای مشخصه‌ی کیفیت تعیین می‌کند.



شکل ۴. نمودار مشخصات فنی یک مشخصه‌ی کیفیت متقارن

از آنجا که سطح کیفیت هر محصول در ارتباط با مشخصه‌های کیفیت آن تعیین می‌شود از دیدگاه فنی دو هدف عمده زیر در ارتباط با این مشخصه‌های کیفیت، مشخصات فنی، و به کارگیری روش‌های بهبود کیفیت دنبال می‌شود:

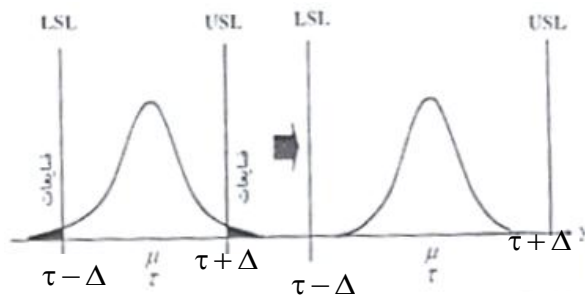
۱- اول انتقال میانگین توزیع مشخصه‌های کیفیت (μ) و منطبق کردن آن بر روی مقدار هدف (τ) است که به زبان آماری این عمل را از بین بردن اریبی^۳، یعنی به صفر رساندن تفاوت بین میانگین توزیع مشخصه‌ی کیفیت و مقدار هدف گویند.



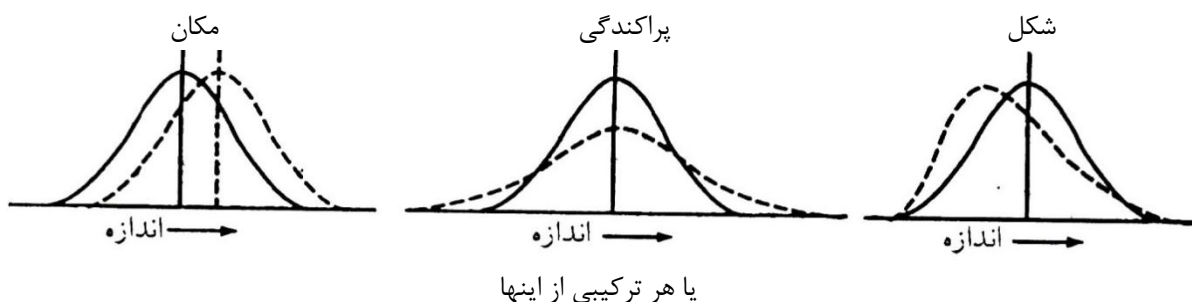
شکل ۵. نمودار انتقال مکان توزیع مشخصه کیفی

۲- دوم هرچه متمرکزتر کردن توزیع مشخصه‌ی کیفیت یا کاهش هرچه بیشتر تغییرپذیری یا پراکندگی آن (σ) روی مقدار هدف (τ) است که به زبان آماری این عمل را افزایش کارایی^۴ گویند.

1 - Upper and Lower Control Limits
2 - Upper and Lower Specification Limits
3 - Biassedness
4 - Efficiency

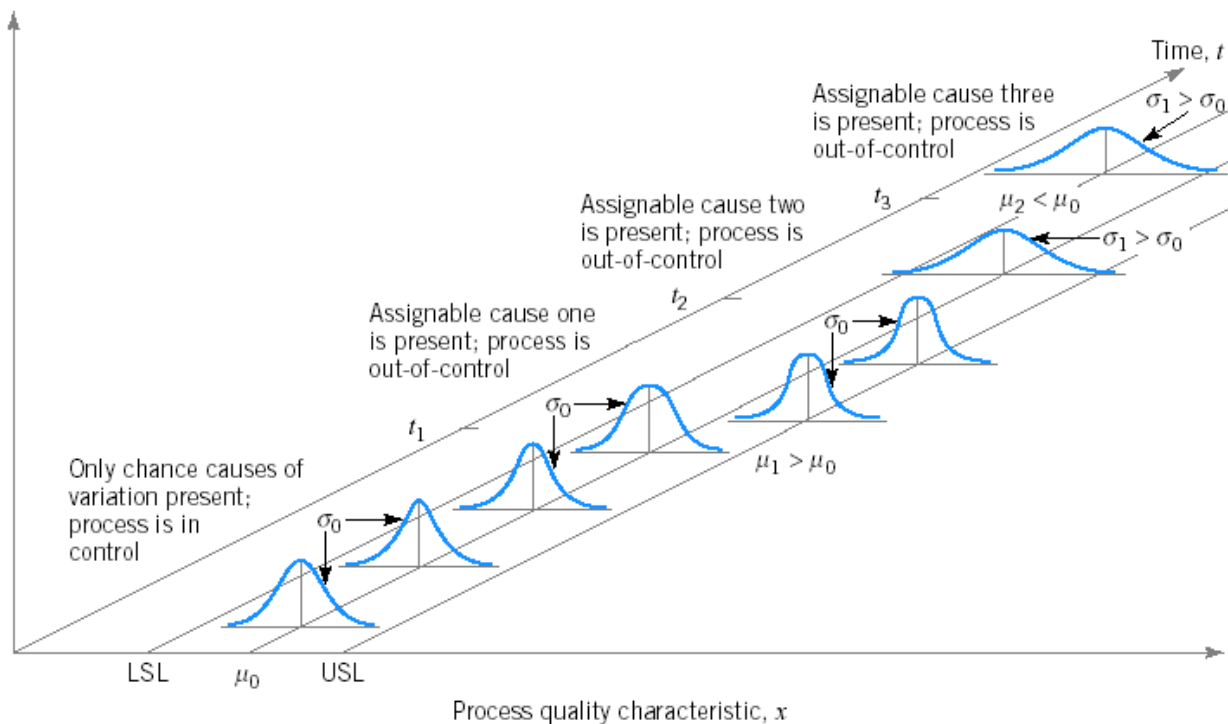


شکل ۶. نمودار تغییر پذیری مشخصه کیفی



شکل ۷. نمودار کاهش پراکندگی توزیع مشخصه کیفی

بدین طریق، از دیدگاه فنی، کاهش هرچه بیشتر تغییرپذیری توزیع مشخصه کیفی (σ) حول مقدار آرمانی آن (τ) با بهبود کیفیت سامانه معادل می‌شود.



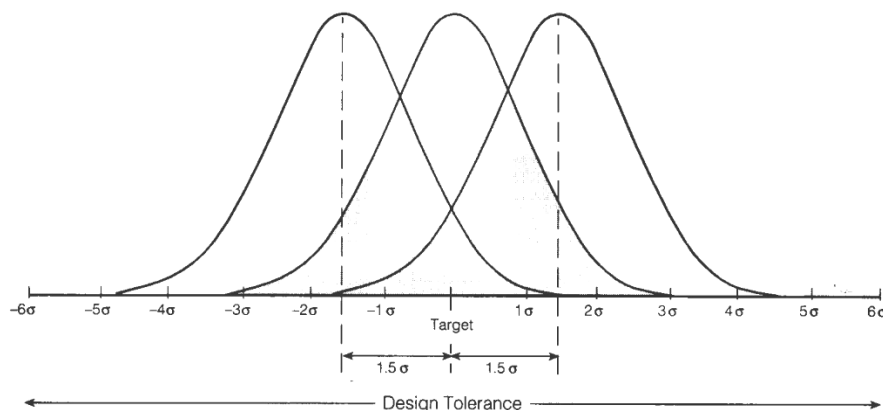
شکل ۸. تغییر پذیری فرایند



مشخصه کیفیت که دارای توزیع احتمال حول مقدار هدف می باشد، می تواند دارای هر یک از ابعاد زیر باشد:

۱. فیزیکی (طول، وزن، ولتاژ، غلظت) ۲. حسی (مزه، شکل ظاهری، رنگ) ۳. وضعیت زمانی (قابلیت اطمینان، قابلیت نگهداری، قابلیت

تعمیر پذیری)



شکل ۹. تغییر پذیری میانگین فرایند در تکنیک 6σ

در هر محصول مقدار مشخصی تغییر پذیری وجود دارد و در نتیجه هیچ دو محصولی بایکدیگر یکسان نخواهد بود منابع ایجاد چنین تغییراتی شامل تفاوت در مواد یا عملکرد و به کارگیری دستگاههای ساخت و روش انجام کار توسط اپراتورها می باشد. بنابراین، می توان بهبود کیفیت را کاهش در تغییر پذیری فرایند محصول تعریف نمود. برنامه های بهبود کیفیت مناسب و موثر باعث افزایش نفوذ در بازار، ارتقاء بهره وری و کاهش هزینه های کلی ساخت و خدمات می گردد.

تعریف مهندسی کیفیت: مهندسی کیفیت مجموعه ای از فعالیتهای مهندسی، مدیریتی و عملیاتی است که یک شرکت جهت کسب اطمینان از اینکه این مشخصه های کیفی در سطوح مورد نظر یا اسمی قرار دارند به کار برده می شود.

هزینه های کیفیت: Cost of Quality

کلیه سازمانها به نحوی از کنترل های مالی برای ارزیابی فعالیتهای خود استفاده می کنند. این کنترل های مالی به صورت مقایسه بین هزینه های واقعی و هزینه های پیش بینی شده در بودجه همراه با تجزیه و تحلیل های مورد نیاز برای بررسی اختلاف بین این دو هزینه انجام می گیرد.

هزینه های کیفیت به عنوان ابزار کنترل مالی در خدمت مدیریت قرار گرفته تا از این طریق هزینه های کیفیت شناسایی و کاسته شوند. به طور کلی، هزینه های مرتبط با تولید، شناسایی تعمیر و یا اجتناب از تولید محصولات فاقد انطباق را هزینه های کیفیت نامند. **نکته:** اغلب سازمانهای تولیدی و خدماتی معمولاً هزینه های کیفیت را به چهار گروه تقسیم می کنند. هزینه های پیشگیری، هزینه های ارزیابی، هزینه های خرابی داخلی و هزینه های خرابی خارجی.

هزینه‌های کیفیت

۱- هزینه‌های پیشگیری	۲- هزینه‌های ارزیابی
مهندسی و برنامه ریزی کیفیت - بازنگری محصولات جدید - طراحی محصول /فرآیند - کنترل فرآیند - آزمایش نهایی -آموزش - جمع آوری و تجزیه و تحلیل داده‌های مربوط به کیفیت	بازرسی و آزمایش موادوروی - بازرسی و آزمایش محصول - مواد و خدمات مصرف شده - دقیق نگاه داشتن دستگاههای آزمایش
۳- هزینه‌های خرابی داخلی	۴- هزینه‌های خرابی خارجی
دور ریز - دوباره کاری - آزمایش مجدد - تجزیه و تحلیل خرابی - توقف خط تولید - بازده از دست رفته - مرغوبیت کمتر	تنظیم شکایات - محصول /موادبرگشتی - هزینه‌های گارانتی - هزینه‌های مسئولیت در قبال محصول - هزینه‌های غیر مستقیم

هزینه‌های پیشگیری	
مهندسی و برنامه ریزی کیفیت	هزینه‌های مربوط به طرح جامع کیفیت، طرح بازرسی، طرح قابلیت اطمینان، سیستم داده ها و کلیه طرحهای ویژه مرتبط با فعالیتهای تضمین کیفیت از قبیل تهیه نظامنامه ها و رویه هایی که به وسیله آنها طرح کیفیت اشاعه داده می‌شود و هزینه‌های ممیزی سیستم.
بازنگری محصولات جدید	هزینه‌های تهیه قراردادهای مناقصه، ارزیابی طرحهای جدید از دید کیفیت، آماده سازی آزمایشها و برنامه ها تجربی جهت ارزیابی عملکرد محصولات جدید.
طراحی محصول / فرآیند	هزینه‌های صرف شده در مرحله طراحی محصول یا انتخاب فرآیندهای تولید که انتظار می‌رود کیفیت کلی محصول را بهبود بخشند.
کنترل فرآیند	هزینه‌های استفاده از روشهای کنترل فرآیند نظیر نمودارهای کنترل که فرآیند تولید را به منظور کاهش میزان تغییرات و ایجاد کیفیت کنترل می‌نمایند.
آزمایش نهایی	هزینه‌های آزمایش محصول قبل از حمل از کارخانه که باعث خواهد شد تا از میزان خرابیهای زود رس در حین استفاده کاسته شود.
هزینه آموزش	هزینه توسعه، تهیه، اجرا، انجام و برقراری برنامه‌های رسمی کیفیت.
جمع آوری و تجزیه و تحلیل داده‌های مربوط به کیفیت	هزینه استقرار سیستم داده‌های کیفیت به منظور تهیه داده‌های مربوط به عملکرد فرآیند و محصول.

هزینه‌های ارزیابی، آن دسته از هزینه ها هستند که به دلیل اندازه گیری، ارزیابی یا ممیزی محصولات، قطعات و مواد خریداری شده جهت کسب اطمینان از اینکه آنها با استانداردهای از قبل تعیین شده انطباق دارند به وجود می‌آیند.

هزینه	تعریف
هزینه‌های بازرسی و آزمایش مواد ورودی	هزینه‌های مربوط به بازرسی و آزمایش کلیه مواد تامین شده به وسیله فروشنده *نکته: این هزینه ها شامل انجام بازرسی و آزمایش مواددریافتی، بازرسی، آزمایش و ارزیابی در محل تسهیلات تامین کننده و ممیزی‌های دوره‌ای سیستم تضمین کیفیت او میگردد.
هزینه بازرسی و آزمایش محصول	هزینه ارزیابی میزان انطباق محصول با خواسته‌های از قبل تعیین شده در مراحل مختلف تولید از قبیل آزمایش، پذیرش نهائی، بسته بندی و حمل و همچنین انجام هرگونه آزمایش و بازرسی در محل تولید کننده قبل از تحویل محصول به مشتری * این هزینه همچنین شامل آزمایش طول عمر و دوام محصول، آزمایش زیست محیطی و آزمایش قابلیت اطمینان می‌باشد.



هزینه‌های مواد و محصولات مصرف شده در آزمایشهای مخرب یا آزمایشهای قابلیت اطمینان	هزینه‌های مواد و خدمات مصرف شده
هزینه برقراری سیستمی که دستگاههای اندازه گیری راهمیشه در وضعیت کالیبره نگه می‌دارد. * هزینه‌های خرابی داخلی زمانی به وجود می‌آیند که محصولات، قطعات، مواد و خدمات ارائه شده نتواند خواسته‌های کیفی مورد نظر را برآورده سازند.	هزینه کالیبراسیون
صرف شده برای کارگر، مواد و هزینه‌های بالا سربار که به علت تولید محصول معیوب از لحاظ اقتصادی دیگر قابل جایگزین کردن نیستند.	هزینه دور ریز
هزینه بازرسی و آزمایش مجدد محصولاتی که تحت عملیات دوباره کاری یا اصلاحی قرار گرفته اند.	هزینه آزمایش مجدد
هزینه‌های حاصل از بررسی و تعیین دلایل ایجاد خرابی	هزینه‌های تجزیه و تحلیل خرابی
تعریف	هزینه
هزینه بازده کم فرآیند به علت عدم استفاده از روشهای کنترلی بهبود یافته است. * اختلاف بین قیمت معمولی محصول و قیمت ناشی از عدم وجود خواسته‌های مورد نیاز در محصول باعث ایجاد چنین هزینه‌ای می‌گردد.	بازده از دست رفته
هزینه‌های خرابی خارجی موقعی به وجود می‌آیند که محصول تولید شده زمانی که به دست مشتری می‌رسد عملکرد رضایتبخشی از خود نشان ندهد.	هزینه‌های خرابی خارجی
	هزینه‌های گارانتی
هزینه‌های مسئولیت هزینه ها یا غرامتهای پرداخت شده به علت اعتراض یا پیگیری قانونی نسبت به ارائه یک محصول زیانبار.	راهزین‌های مسئولیت در قبال محصول
سلب اطمینان مشتری نسبت به شرکت تولید کننده باشد و یا به عبارت دیگر از بین رفتن شهرت، از دست دادن مشتری و کاهش سهم بازار و این فقط و فقط به دلیل عدم وجود کیفیت مورد نظر در محصولات یا خدمات ایجاد می‌گردد.	هزینه‌های غیر مستقیم

نکته: اثر هرمی هزینه‌های کیفیت

مفید واقع شدن هزینه های کیفیت به علت اثر اهرمی آن است به عبارت دیگر، هزینه های صرف شده در مراحل پیشگیری و ارزیابی باعث می‌شود که هزینه های ایجاد شده در مراحل خرابی داخلی و خارجی که معمولاً بیشتر از هزینه های اولیه هستند، کاهش یابند.

نکته: کاربرد تجزیه و تحلیل پارتو^۱

هدف اصلی تجزیه و تحلیل هزینه های کیفیت کاهش اینگونه هزینه ها از طریق شناسایی و تعیین موقعیتهای بهبود کیفیت می‌باشد. این کار معمولاً به وسیله تجزیه و تحلیل پاراتو انجام می‌گیرد. اصول پاراتو بیشترین کاهش هزینه ها از طریق تعداد خیلی از مشکلات که بیشترین درصد هزینه های کیفیت را به خود اختصاص داده اند حاصل می‌شود

در محاسبه هزینه‌های کیفیت، صورت کسر راهزین کیفیت و مخرج آن را برآورد فعالیتی نظیر ۱- ساعات کار تولید ۲- هزینه نیروی کار تولید ۳- هزینه فرآیند های مختلف ۴- هزینه تولید ۵- درآمد حاصل از فروش و یا ۶- تعداد محصولات تشکیل می‌دهد.

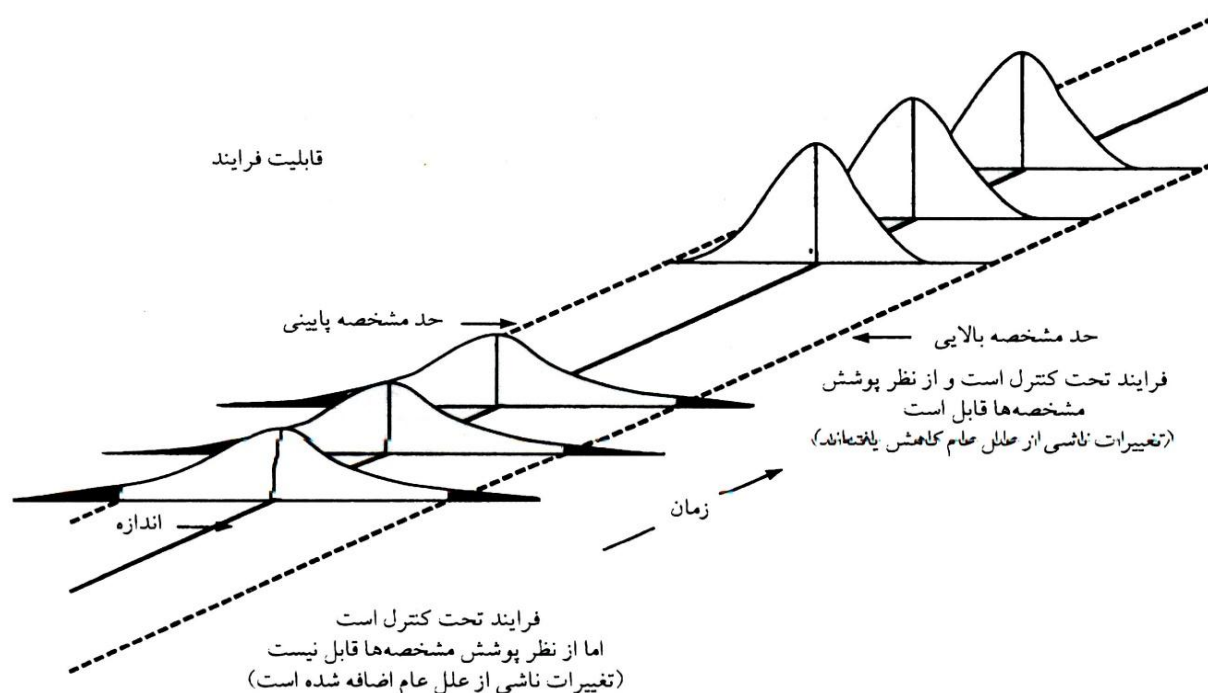
نکته: طراحی DOE آزمایشها یکی از عمده‌ترین ابزار کنترل کیفیت قبل از تولید می‌باشد که غالباً در فعالیتهای توسعه‌ای و در مراحل اولیه تولید به کار می‌روند. درحالی که روشهای کنترل فرایند SPC حین تولید در زمان تولید محصول استفاده می‌گردند.

¹ Pareto Analysis

روش طراحی آزمایشها یکی از روشهای مفیدی است که به وسیله آن می‌توان متغیرهای کلیدی که بر مشخصه کیفی مورد نظر فرآیند اثر می‌گذارند را شناسایی نمود. با بکارگیری این روش می‌توان عاملهای ورودی قابل کنترل را به طور سیستماتیک تغییر داد و اثرات آنها را بر روی پارامترهای محصول خروجی ارزیابی نمود.

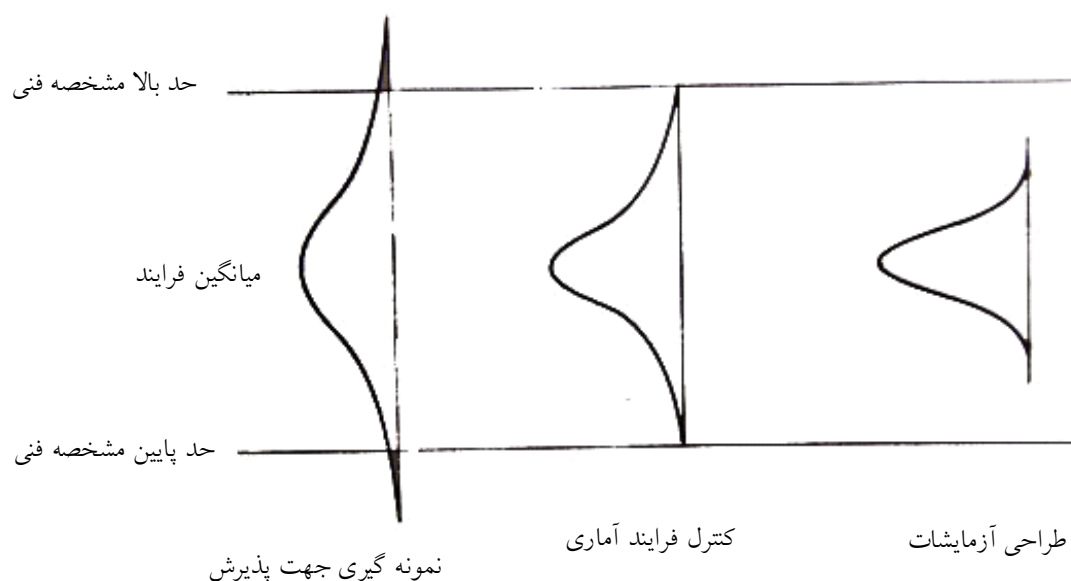
زمانی که متغیرهای مهم شناسایی شدند و ارتباط موجود بین متغیرهای مهم و مدل خروجی فرآیند آزمایش گردید، می‌توان از روش کنترل فرایند آماری حین تولید جهت نظارت بر فرآیند به طور موثر استفاده نمود. روشهایی نظیر نمودارهای کنترل را می‌توان جهت بررسی خروجی فرایند و مشخص نمودن زمان نیاز به ایجاد تغییر در فرایند به منظور برگرداندن آن به حالت تحت کنترل استفاده کرد. نمودارهای کنترل را همچنین می‌توان به منظور تهیه بازخورد برای اپراتورها و مهندسان جهت کاهش تغییرپذیری فرایند استفاده کرد.

هدف اصلی مهندسی کیفیت، کاهش سیستماتیک تغییر پذیری مشخصه های کیفی کلیدی محصول می‌باشد.



شکل ۱۰. نمایش رفتار فرایند در طول زمان

در مراحل اولیه موقعی که فقط نمونه گیری جهت پذیرش استفاده می‌گردد درصد زیادی از محصولات با استانداردهای مورد نیاز انطباق نخواهند داشت. با بکارگیری کنترل فرایند آماری، فرایند یک ثبات به خود می‌گیرد و تغییرپذیری آن کاهش می‌یابد. استفاده از طراحی آزمایشها در کنار کنترل فرایند آماری باعث خواهد شد تا تغییرپذیری فرآیند به حداقل میزان خود رسد و در نتیجه محصولات تولید شده فاقد هرگونه عیب گردند. در شکل زیر مراحل تکمیلی محصول و فرایندهای مورد استفاده نشان داده شده است.



شکل ۱۱. تغییر پذیری فرایند و روشهای آماری

کیفیت ابعاد مختلفی دارد. این ابعاد کیفیت عبارتند از:

ابعاد کیفیت	
عملکرد	آیا محصول می تواند وظیفه مورد نظر را انجام دهد؟
قابلیت اطمینان	هرچند وقت یک بار محصول خراب می شود؟
قابلیت دوام	چه مدت محصول دوام می آورد؟
قابلیت تعمیر پذیری	به چه سادگی می توان محصول را تعمیر کرد؟
زیبایی	محصول چگونه به نظر می رسد؟
ویژگیها	محصول چه کارهایی انجام می دهد؟
انطباق با استانداردها	آیا محصول دقیقاً همانگونه که مورد نظر طراح بوده است تولید گردیده ؟
کیفیت درک شده	محصول یا شرکت از چه شهرتی برخوردار است؟

و در نهایت مدیریت استراتژیک کیفیت در یک سازمان موقعی موثر خواهد بود که کلیه افراد سازمان نسبت به ابزار بهبود کیفیت شناخت داشته باشند.

نکته: قانون مسوولیت اکید

اصل اول: که هم تولید کننده وهم فروشنده مسوولیت شدیدی در قبال فرآورده فاقد کیفیت مطلوب دارند.

اصل دوم: کلیه اظهارات و بیانه های تبلیغاتی باید همراه با داده های موثق یا کیفیت معتبر شرکت باشد.

توزیع های احتمالی و برخی از نمودارهای مورد استفاده در SQC

توزیع فراوانی و هیستوگرام: برای رسم نمودار هیستوگرام تعیین دامنه، تعداد دسته ها و طول هر دسته از روابط زیر قابل محاسبه است:

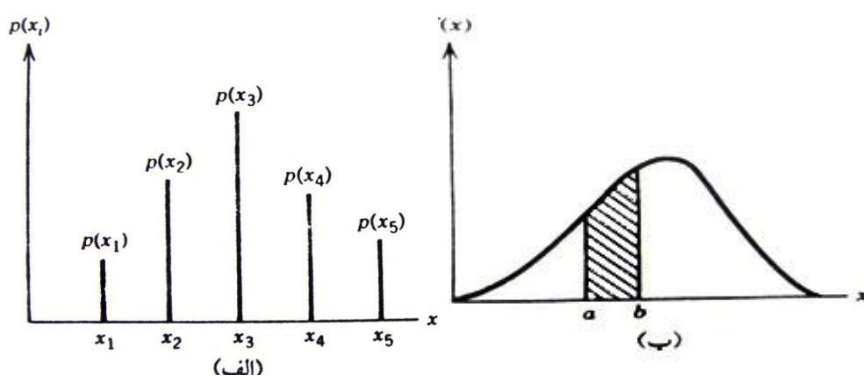
مشخصه	فرمول	هیستوگرام
دامنه تغییرات داده ها	$R = \text{Max} - \text{Min}$	
تعداد دسته ها	$k = 1 + 1.32 \log n$	
طول دسته ها	$L = \frac{R}{K}$	

نمودار شاخه و برگ

مشخصه	فرمول	نمودار جعبه ای
چارک اول	$Q_1 = a + \frac{25\%n - F_{i-1}}{f_i} \times l$	
تعداد دسته ها	$Q_2 = a + \frac{50\%n - F_{i-1}}{f_i} \times l$	
طول دسته ها	$Q_3 = a + \frac{75\%n - F_{i-1}}{f_i} \times l$	
دامنه میان چارکی	$Q_3 - Q_1$	

توزیعهای احتمال

توزیعهای احتمال به دو دسته پیوسته و گسسته تقسیم می‌شوند. توزیعهای پیوسته: موقعی که متغیر مورد مطالعه را بتوان در مقیاس پیوسته تعریف نمود. یکنواخت، نرمال، و توزیعهای منفصل یا گسسته: موقعی که پارامتر یا مشخصه اندازه‌گیری شده فقط می‌تواند اعداد صحیح دارا باشد.

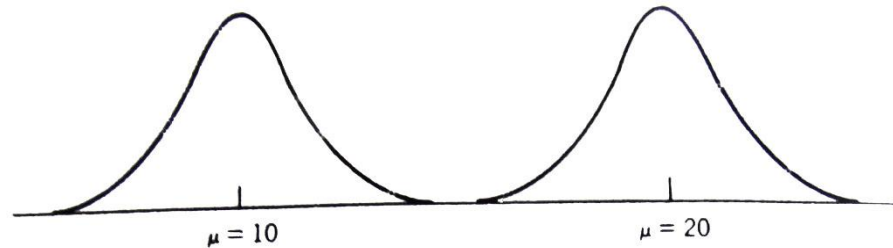


شکل ۱۲. توزیعهای احتمال الف-حالت منفصل ب-حالت پیوسته

هر توزیع احتمالی دارای دو پارامتر مرکزی و پراکندگی است. مرکزیت توزیع را با میانگین و پراکندگی توزیع را با گشتاورهای مرکزی مانند واریانس محاسبه می‌کنند. میانگین و واریانس توزیع احتمالی را به ترتیب با μ ، σ^2 نشان می‌دهند.

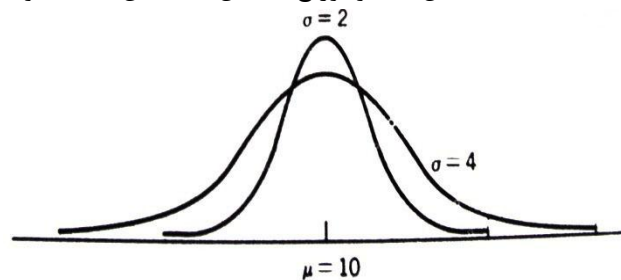


$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} \rightarrow$$



شکل ۱۳. دو توزیع احتمال بامیانگین‌های متفاوت

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{N} \rightarrow$$



شکل ۱۴. دو توزیع احتمال بانحراف معیارهای متفاوت

توزیعهای منفصل مهم

توزیع فوق هندسی	$f(x) = \frac{\binom{K}{x} \binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{n}} x = 0, 1, \dots$	واریانس	میانگین
وقتی از تعدادی کالای سالم و معیوب نمونه‌ای تصادفی انتخاب گردد		$\sigma^2 = \frac{nD}{N} \left(1 - \frac{D}{N}\right) \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$	$\mu = \frac{nD}{N}$

مثال: یک قطعه الکترونیکی در انباشته‌هایی به اندازه $N = 25$ حمل می‌گردد. بمنظور جلوگیری از خرید انباشته‌هایی که بیش از حد مجاز قطعات استاندارد دارند، خریدار در نظر دارد یک روش بازرسی استفاده نماید. روش بازرسی بدین صورت است که اگر نمونه تصادفی پنج تایی از این قطعات بدون جایگزینی انتخاب شود و همه آنها سالم باشد آنگاه انباشته خریداری می‌شود. اگر انباشته شامل سه قطعه فاقد استاندارد باشد، احتمال اینکه انباشته خریداری شود چقدر است؟

اگر متغیر تصادفی X بصورت زیر تعریف شود داریم:

X : تعداد قطعات فاقد استاندارد نمونه $N = 25, n = 5$

از توزیع فوق هندسی استفاده می‌کنیم: $D = 3$ و توزیع X توزیع فوق هندسی است:

$$f(x) = p(X = x) = \frac{\binom{D}{x} \binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}} \rightarrow p(X = 0) = \frac{\binom{3}{0} \binom{22}{5}}{\binom{25}{5}} = 0.4956$$

توزیع باینم	$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} x = 0, 1, \dots$	واریانس	میانگین
یک آزمایش شکست و پیروزی n بار تکرار شود		$\sigma^2 = np(1-p)$	$\mu = np$

* یک متغیر تصادفی که در کنترل کیفیت آماری معمولاً با آن مواجه می‌شویم $\hat{P}$ است $P = \frac{x}{n}$ و $\sigma_p^2 = \frac{p(1-p)}{n}$



مثال: در مثال قبل جواب مساله را با استفاده از توزیع دوجمله‌ای بدست آورید.

برای استفاده از توزیع دوجمله‌ای: $p = \frac{D}{N}$

$$p = \frac{D}{N} = \frac{3}{25} = 0.12, n = 5, f(x) = p(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} x = 0, 1, \dots$$

$$p(X = 0) = \binom{5}{0} 0.12^0 (1 - 0.12)^5 = 0.5277$$

توزیع پواسن $f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} x = 0, 1, \dots$ واریانس میانگین

احتمال رخداد کوچک و فرصت‌های اتفاق بسیار زیاد باشد (تصادفات، زلزله و...)

نکته: می‌توان توزیع پواسن را بصورت حدی از توزیع بینم نتیجه‌گیری نمود. به عبارت دیگر، در توزیع بینم با پارامترهای p, n اگر اجازه دهیم که n به سمت بی نهایت و p به سمت صفر میل کند به طوری که $\lambda = np$ ثابت بماند آنگاه توزیع پواسن حاصل می‌گردد.

مثال: بخش حسابداری یک شرکت سعی دارد اشتباهات مختلفی را (نظیر اشتباهات چاپی، تایپی و غیره) که در صورت حساب‌های مشتریان ایجاد می‌شود را کنترل کند. فرض کنید اینگونه اشتباهات بر اساس یک توزیع پواسن با پارامتر $\lambda = 0.01$ رخ می‌دهند. احتمال مشاهده یک اشتباه در صورت حساب یک مشتری که بطور تصادفی انتخاب شده است را محاسبه کنید.

$X \sim p(\lambda), \lambda = 0.01$ تعداد اشتباهات در صورت حباب مشتریان و

$$f(x) = p(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} x = 0, 1, \dots$$

$$f(1) = p(X = 1) = \frac{e^{-0.01} (0.01)^1}{1!} = 0.0099$$

مثال: یک نمونه تصادفی 36 تایی از یک کتاب بزرگ انتخاب و تعداد غلط‌های چاپی هر صفحه را مشخص کرده ایم. اگر تعداد غلط‌های چاپی دارای توزیع پواسن با میانگین 1 غلط باشد، احتمال اینکه مجموع غلط‌های چاپی حداقل 36 و حداکثر 60 غلط باشد، چقدر است؟

(۱) 0/25 (۲) 0/5 (۳) 0/6 (۴) 1

حل: گزینه ۲ صحیح است

در این سوال باید توجه داشت که در توزیع پواسن $E(x) = \text{Var}(x) = \lambda$

$$p(36 \leq \sum_{i=1}^{36} X_i \leq 60) = p\left(\frac{36}{36} \leq \frac{\sum_{i=1}^{36} X_i}{36} \leq \frac{60}{36}\right)$$

$$= p(1 \leq \bar{X} \leq 1.67) = p\left(\frac{1-1}{\frac{1}{\sqrt{36}}} \leq \frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq \frac{1.67-1}{\frac{1}{\sqrt{36}}}\right) = p(0 \leq z \leq 4.02) = 0.5$$

توزیع پاسکال $f(x) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r} x = r, r+1, r+2, \dots$ واریانس میانگین

یک سلسله از آزمایش‌ها را در نظر بگیرید که در هر کدام احتمال موفقیت p باشد و x آزمایشی را نشان دهد که در آن آزمایش r امین موفقیت مشاهده می‌گردد.

$$\mu = \frac{r}{p}$$

$$\sigma^2 = \frac{r(1-p)}{p^2}$$

نکته: در توزیع پاسکال (دوجمله‌ای منفی) وقتی $r = 1$ توزیع را هندسی می‌نامند.



مثال: فرض کنید خط تولیدی تا زمانی نسبت به تولید کالا اقدام می‌کند که دو کالای معیوب پشت سر هم مشاهده نماید. اگر شانس تولید کالای معیوب 0/05 و تولید کالاها از هم مستقل باشند مطلوبست:

الف) احتمال اینکه اولین کالای معیوب تولید شده در پنجمین تولید باشد.

ب) احتمال اینکه اولین کالای معیوب تولید شده در پنجمین تولید و قبل از آن باشد.

جواب: در این مثال داریم:

$$p = 0.05, q = 0.95, r = 2$$

$$f(x) = p(X = x) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r} \quad X = r, r+1, r+2, \dots$$

$$f(1) = p(X = 1) = \binom{4}{1} 0.05^2 (1-0.05)^3 = 0.0086$$

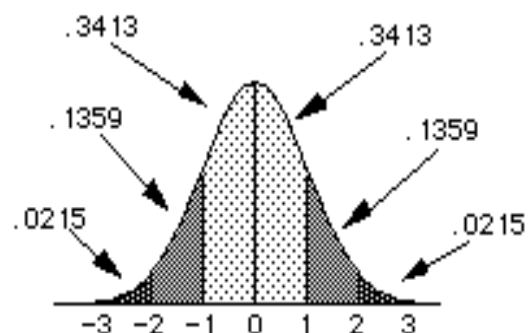
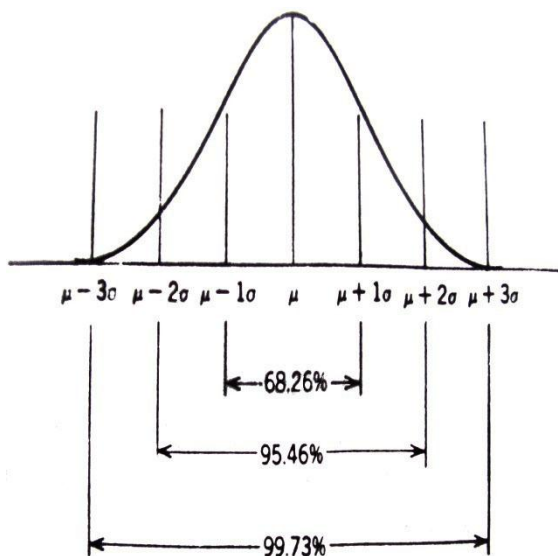
$$p(X \leq 5) = \sum_{i=0}^3 4 \times (0.05)^2 (1-0.05)^i$$

نکته: تفاوت توزیع بینم و پاسکال

در توزیع بینم، اندازه نمونه (تعداد آزمایشهای برنولی) ثابت می‌گردد و تعداد موفقیتها مشاهده می‌شوند ولی در توزیع بینم منفی تعداد موفقیتها ثابت می‌گردد و اندازه نمونه (تعداد آزمایشهای برنولی) مورد نیاز جهت دست یافتن به آن تعداد موفقیتها مشاهده می‌شود.

توزیعهای پیوسته مهم

میانگین	واریانس	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, -\infty < x < \infty$
μ	σ^2	توزیع نرمال
		یک سلسله از آزمایشها را در نظر بگیرید که در هر کدام احتمال موفقیت p باشد و x آزمایشی را نشان دهد که در آن آزمایش x آمین موفقیت مشاهده می‌گردد.
نکته: هر متغیر تصادفی را می‌توان با استفاده از تبدیل زیر به متغیر نرمال استاندارد با میانگین صفر و واریانس 1 تبدیل نمود		
$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$		



شکل ۱۵. سطوح زیر منحنی توزیع نرمال

این امکان بوجود می‌آید که بتوان این متغیر را بصورت مستقل از μ و σ^2 ارزیابی کرد.

$$p\{x \leq a\} = P\left\{z \leq \frac{a - \mu}{\sigma}\right\} = \Phi\left(\frac{a - \mu}{\sigma}\right)$$

مثال: فرض کنید $x \sim N(10, 9)$ است می‌خواهیم مقدار x (فرض کنید a) را طوری تعیین نماییم که

$$p\{x > a\} = 0/05$$

باشد بنابراین:

$$p\{x > a\} = p\left\{z > \frac{a - 10}{3}\right\} = 0/05$$

$$P\left\{z \leq \frac{a - 10}{3}\right\} = 0/95$$

باتوجه به جدول Π ضمايم، $p\{z \leq 1/64\} = 0/95$ به دست می‌آید که در این صورت:

$$A = 10 + 3\left(\frac{1}{64}\right) = \frac{14}{935}$$

نکته: اگر $x_1, x_2, \dots, x_n$ متغیرهای تصادفی مستقل نرمال با میانگین‌های $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ و واریانس‌های $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_n^2$ باشند آنگاه $y = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$ دارای توزیع نرمال خواهد بود.

قضیه حد مرکزی:

اگر $x_1, x_2, \dots, x_n$ متغیرهای تصادفی مستقل به میانگین μ_1 و واریانس σ_1^2 باشند و اگر $y = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ باشد آنگاه توزیع y اگر n افزایش یابد، به سمت توزیع $N(0, 1)$ میل خواهد کرد:

$$\frac{y - \sum_{i=1}^n \mu_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}} \sim N(0, 1) \text{ or } \frac{y/n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

مثال: سوابق نشان داده در یک سایت کامپیوتری احتمال اینکه یک کامپیوتر از رده خارج شود برابر با 0.0012 است. احتمال اینکه از بین 1000 کامپیوتر حداقل 2 تا از رده خارج شود، چقدر است؟

الف) با استفاده از تقریب پواسن

ب) با استفاده از تقریب نرمال

حل: چون مقدار $p = 0.0012 < 0.1$ و مقدار $n = 1000$ بزرگ است از تقریب بینم توسط پواسن می‌توان استفاده نمود. لذا داریم:

$$\lambda = np = 1000 \times 0.0012 = 1.2$$

$$p(x \geq 2) = 1 - p(x < 2) = 1 - p(x = 1) - p(x = 0)$$

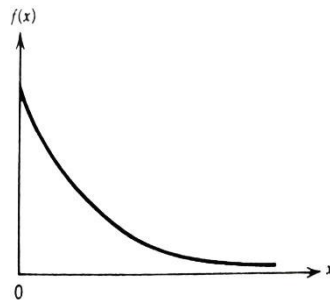
$$= 1 - \frac{e^{-1.2} 1.2^1}{1!} - \frac{e^{-1.2} 1.2^0}{0!} = 0.662$$

در قسمت دوم از قضیه حد مرکزی و تقریب توزیع نرمال داریم:

$$p(x \geq 2) = 1 - p(x < 2) = 1 - p\left(\frac{x - \mu}{\sigma} < \frac{2 - 1.2}{\sqrt{1.2}}\right) = 1 - p(Z < 0.73) \rightarrow$$

$$= 1 - 0.7673 = 0.2327$$

میانگین	واریانس	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} x > 0$	توزیع نمایی
$\mu = \frac{1}{\lambda}$	$\sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}$	توزیع نمایی یکی از توزیع‌های است که به عنوان مدل مدت زمان تاخرابی یک قطعه یا سیستم در زمینه مهندسی قابلیت اطمینان کاربرد فراوان دارد. در اینگونه کاربردها، پارامتر λ میزان خرابی سیستم و میانگین توزیع $1/\lambda$ میانگین زمان تاخرابی نامیده می‌شوند.	



شکل ۱۶. توزیع نمایی

تابع توزیع تجمعی $F(a)$ توزیع نمایی کاربرد فراوانی دارد:

$$\begin{aligned} F(a) &= P\{x \leq a\} \\ &= \int_0^a \lambda e^{-\lambda t} dt \\ &= 1 - e^{-\lambda a}, a \geq 0 \end{aligned}$$

نکته: رابطه مهم بین توزیع نمایی و توزیع پواسن

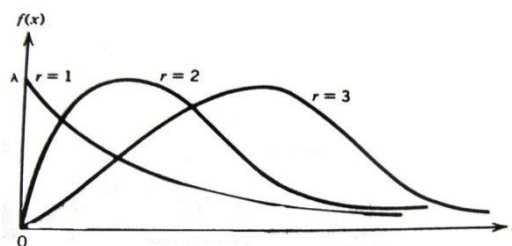
اگر تعداد مشاهدات یک نوع مشاهدات یک نوع پیشامد در واحد موردنظر دارای توزیع پواسن با پارامتر λ باشد آنگاه توزیع فاصله زمانی بین مشاهدات متوالی از توزیع نمایی با پارامتر λ پیروی خواهد نمود.

توزیع گاما	$f(x) = \frac{\lambda}{\Gamma(r)} (\lambda x)^{r-1} e^{-\lambda x}$	واریانس	میانگین
		$\sigma^2 = \frac{r}{\lambda^2}$	$\mu = \frac{r}{\lambda}$
نکته: باید توجه داشت که اگر $r=1$ باشد توزیع گاما به توزیع نمایی با پارامتر λ تبدیل خواهد شد.			

در رابطه فوق پارامترهای $\lambda > 0$ و r بزرگتر از صفر می‌باشند. $\Gamma(r)$ در مخرج رابطه بالا تابع گاما است که به صورت:

$$\Gamma(r) = \int_0^{\infty} x^{r-1} e^{-x} dx$$

تعریف می‌شود. اگر r یک عدد صحیح مثبت باشد آنگاه $\Gamma(r) = (r-1)!$ خواهد بود.



شکل ۱۷. چند توزیع گاما

نکته: رابطه مهم بین توزیع نمایی و توزیع گاما

اگر $x_1, x_2, \dots, x_r$ از توزیع نمایی با پارامتر λ پیروی کند آنگاه مجموع آنها از توزیع گاما با پارامترهای r, λ پیروی خواهد نمود.

$$y = x_1 + x_2 + \dots + x_r$$

توزیع ویبل	$f(x) = \frac{\lambda}{\Gamma(r)} (\lambda x)^{r-1} e^{-\lambda x}$	واریانس	میانگین
نکته: توزیع ویبل به نسبت زیادی در مهندسی قابلیت اطمینان به عنوان مدلی برای زمان تا خرابی قطعات و سیستم‌های مکانیکی و الکتریکی استفاده گردیده است.			

در اغلب موارد با افزایش تعداد نمونه n محاسبه بعضی از توزیع‌ها بسیار پیچیده خواهد بود. در چنین مواقعی از تقریب توزیع نرمال و قضیه حد مرکزی استفاده می‌گردد. تقریب‌های پرکاربرد و مهم نظیر (۱) تقریب فوق هندسی به وسیله بینم، (۲) تقریب بینم به وسیله پواسن و (۳) تقریب بینم به وسیله نرمال توضیح داده می‌شود.

۱. تقریب فوق هندسی به وسیله بینم

اگر نسبت n/N (که در اغلب موارد از آن به عنوان نسبت نمونه گیری نام می‌برند) کم باشد مثلاً $n/N \geq 0.10$ انگاه توزیع بینم با پارامترهای $np = D/N$ و $p = D/n$ تقریب خوبی برای توزیع فوق هندسی خواهد بود. هرچه نسبت n/N کوچکتر باشد تقریب بهتر می‌شود. این تقریب در طراحی طرح‌های نمونه گیری جهت پذیرش مفید واقع می‌گردد.

۲. تقریب بینم به وسیله پواسن

زمانی که مقدار p به سمت صفر و اندازه نمونه به سمت بینهایت میل کند توزیع بینم به سمت توزیع پواسن با پارامتر ثابت $\lambda = np$ میل خواهد کرد. این تقریب معمولاً برای مقادیر بزرگ n و $p < 0.1$ خوب است. هرچه مقدار n افزایش یابد و مقدار p کاهش یابد نتیجه تقریب بهتر می‌شود.

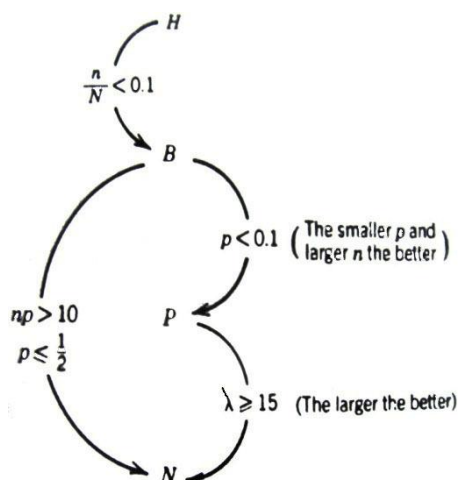
۳. تقریب بینم بوسیله نرمال

اگر تعداد آزمایش‌های n بزرگ باشد انگاه می‌توان از تئوری حد مرکزی استفاده نمود و توزیع بینم را به وسیله توزیع نرمال با میانگین np و واریانس $np(1-p)$ تقریب نمود.

نکته: رابطه مهم بین توزیع نمایی و توزیع گاما

استفاده از توزیع نرمال به عنوان تقریبی برای توزیع بینم معمولاً به ازای مقادیر p ، نیاز به اندازه نمونه بزرگتری می‌باشد. به طور کلی، این تقریب برای $p < 1/(n+1)$ یا $p > n/(n+1)$ و یا مقادیری از متغیر تصادفی که از لحاظ قدر مطلق بیش از سه انحراف معیار با میانگین فاصله دارند مناسب نیست.

اگر میانگین توزیع پواسن حدوداً از ۱۵ بیشتر باشد انگاه توزیع نرمال با $\mu = \lambda$ و $\sigma = \lambda$ تقریب مناسبی خواهد بود.



شکل ۱۸. تقریب‌های گوناگون برای توزیع‌های احتمال



به طور کلی، پارامترهای یک فرآیند معمولاً معلوم نیستند و این امکان نیز وجود دارد که آنها با گذشت زمان تغییر کنند. بنابراین، باید روشهای مناسبی را برای تخمین توزیعهای احتمال و تصمیم گیری در مورد مسائل وابسته به آنها استفاده نماییم. روشهای آماری استاندارد می‌تواند در اینگونه موارد استفاده شود، روشهای تخمین پارامتر و آزمون فرضیه هستند.

آماره و توزیع نمونه‌ای

یک آماره تابعی از داده‌های نمونه است که پارامترهای نامعلومی را شامل نمی‌گردد. به عنوان مثال، فرض کنید:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

توزیع احتمال یک آماره توزیع نمونه‌ای نامیده می‌شود.

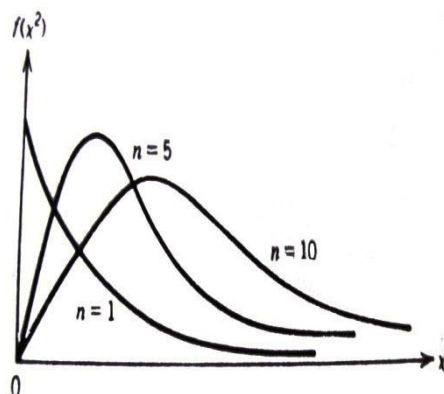
فرض کنید x یک متغیر تصادفی است که از یک توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ پیروی می‌کند اگر $x_1, x_2, \dots, x_n$ یک نمونه تصادفی n تایی از این فرآیند باشد آنگاه میانگین نمونه x دارای توزیع $N(\mu, \sigma/n)$ خواهد بود.

نکته: رابطه مهم بین توزیع نرمال و توزیع کای دو

اگر $x_1, x_2, \dots, x_n$ متغیرهای تصادفی مستقل نرمال با میانگین صفر و واریانس یک باشد آنگاه متغیر تصادفی $y = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$ دارای توزیع مربع کای با n درجه آزادی خواهد بود.

$$x \sim N(0,1) \rightarrow x^2 \sim \chi^2(1)$$

میانگین و واریانس توزیع مربع کای به ترتیب برابرند با $\mu = n$ و $\sigma^2 = 2n$.

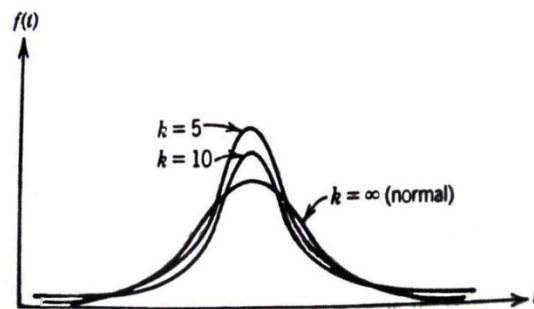


شکل ۱۹. چند توزیع χ^2

فرض کنید $x_1, x_2, \dots, x_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ باشد در این صورت متغیر تصادفی

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2 \rightarrow \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$$

میانگین	واریانس	$T = \frac{\bar{x}}{\sqrt{\frac{s_k^2}{k}}} \sim t_{(k)}$	تی استیودنت
$\mu = 0$ $k > 2$	$\sigma^2 = \frac{k}{k-2}$ $k > 2$	اگر x, x_k^2 به ترتیب متغیرهای تصادفی نرمال و مربع کای باشند آنگاه دارای توزیع متغیر تصادفی T تی استیودنت با k درجه آزادی خواهد بود که آن را t_k نشان می‌دهیم.	
نکته: اگر $k = \infty$ باشد آنگاه توزیع t به توزیع نرمال استاندارد تبدیل خواهد شد.			



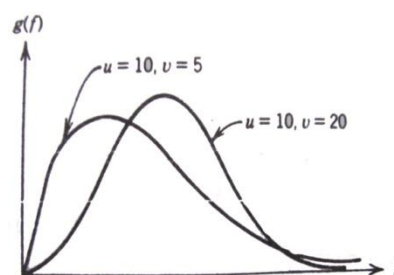
شکل ۲۰. چند توزیع t

نکته: فرض کنید $x_1, \dots, x_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ می باشد. اگر S^2, x میانگین و واریانس نمونه را محاسبه کنیم آنگاه متغیر تصادفی T دارای توزیع تی استیودنت با K درجه آزادی خواهد بود.

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

توزیع فیشر: اگر χ_u^2 و χ_v^2 دو متغیر تصادفی مربع کای با درجه آزادی های u, v باشند آنگاه متغیر تصادفی F دارای توزیع F با درجه آزادی صورت برابر با u و درجه آزادی مخرج برابر با v خواهد بود.

$$F = \frac{\chi_u^2/u}{\chi_v^2/v} \sim F_{u,v}$$



شکل ۲۱. چند توزیع فیشر F

نکته:

دو فرآیند نرمال مستقل $X_1: (\mu_1, \sigma_1^2)$ و $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ را در نظر بگیرید اگر $x_{11}, \dots, x_{1n}, x_{21}, \dots, x_{2n}$ یک نمونه تصادفی n_1 تایی از فرآیند نرمال اول و $x_{21}, \dots, x_{2n}, x_{11}, \dots, x_{1n}$ یک نمونه n_2 تایی از فرآیند نرمال دوم و S_1^2 و S_2^2 به ترتیب واریانسهای نمونه باشند آنگاه نسبت زیر دارای توزیع F فیشر خواهد بود:

$$\frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} \sim F_{n_1-1, n_2-1}$$

نمونه گیری از یک توزیع برنولی:

$$P(X) = \begin{cases} PX = 1 \\ (1-P)X = 0 \end{cases}$$

فرض کنید یک نمونه تصادفی n تایی $x_1, \dots, x_n$ از یک فرآیند برنولی با احتمال موفقیت ثابت p تهیه می گردد. در این صورت جمع مشاهدات نمونه، دارای توزیع بینم با پارامترهای pn خواهد بود.

$$X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$$

نمونه گیری از یک توزیع پواسن:

فرض کنید $x_1, \dots, x_n$ یک نمونه تصادفی n تایی از یک توزیع پواسن با پارامتر λ باشد. در این صورت، توزیع جمع مشاهدات، نیز دارای توزیع پواسن با پارامتر $n\lambda$ باشد. به طور کلی، جمع n متغیر تصادفی پواسن دارای توزیع پواسن با پارامتری برابر با جمع هریک از پارامترهای پواسن خواهد بود.

$$X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$$



برآورد پارامترهای فرآیند:

در کنترل کیفیت آماری توزیع احتمال به منظور مدل کردن یک مشخصه کیفی نظیر طول یک محصول یا نسبت اقلام معیوب یک فرآیند تولید استفاده می‌شود. یک برآورد کننده نقطه‌ای آماره‌ای است که یک مقدار عددی برای پارامتر نا معلوم فراهم می‌کند. یک برآورد کننده فاصله‌ای، یک فاصله تصادفی است که مقدار واقعی پارامتر با میزان احتمال خاصی در آن فاصله قرار می‌گیرد.

۱. برآورد نقطه‌ای

متغیر تصادفی x را که دارای توزیع احتمال $f(x)$ است در نظر بگیرید. فرض کنید میانگین μ و واریانس σ^2 این توزیع هر دو نامعلوم هستند. اگر یک نمونه تصادفی n تایی از این توزیع انتخاب شود آنگاه میانگین نمونه $\bar{X}$ و واریانس آن S^2 به ترتیب برآورد کننده‌های میانگین جامعه μ و واریانس جامعه σ^2 خواهند بود.

نکته:

معمولاً برآورد کننده‌های خوب دارای چندین خواص مهم هستند که دو تا از مهمترین آنها عبارتند از:

$$MSE(\hat{\theta}) = (E(\hat{\theta}) - \theta)^2 + Var(\hat{\theta})$$

۱. برآورد کننده باید نا اریب باشد.

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

۲. برآورد کننده باید دارای کمترین واریانس باشد.

* میانگین و واریانس نمونه $\bar{X}$ و S^2 برآورد کننده‌های نا اریب برای میانگین و واریانس جامعه σ^2 هستند.

۲. برآورد فاصله‌ای

برآورد فاصله‌ای برای یک پارامتر، فاصله‌ای است بین دو آماره که با احتمال خاصی مقدار واقعی پارامتر را در بر می‌گیرد.

– فاصله اطمینان برای میانگین با واریانس معلوم

متغیر تصادفی x دارای میانگین μ و واریانس σ^2 است را در نظر بگیرید. فرض کنید یک نمونه تصادفی n تایی $x_1, x_2, \dots, x_n$ انتخاب و میانگین آن محاسبه گردیده است. در این صورت $100(1 - \alpha)\%$ فاصله اطمینان دو طرفه برای μ از طریق رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$X_1, X_2, \dots, X_n \sim (\mu, \sigma^2)$$

فاصله اطمینان دو طرفه

فاصله اطمینان یک طرفه

$$\bar{X} - \frac{Z_{\alpha}\sigma}{\sqrt{n}} \geq \mu$$

$$\mu \leq \bar{X} + \frac{Z_{\alpha}\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

که $Z_{\alpha/2}$ از جدول توزیع نرمال استاندارد تعیین می‌شود.

میانگین و انحراف استاندارد یک نمونه 36 تایی دانشجویان سال دوم دانشکده‌ای به ترتیب 2.6 و 0.3 می‌باشد. فاصله اطمینان 95 درصد و 99 درصد برای معدل تمام دانشجویان سال دوم را محاسبه کنید. $Z_{0.975} = 1.96$

حل:

برای فاصله اطمینان 95 درصد $Z_{0.975} = 1.96$ لازم می‌باشد:

$$\bar{X} - Z(1 - \frac{\alpha}{2})S(X) \leq \mu \leq \bar{X} + Z(1 - \frac{\alpha}{2})S(X)$$

$$2.6 - (1.96)(\frac{0.3}{\sqrt{36}}) \leq \mu \leq 2.6 + (1.96)(\frac{0.3}{\sqrt{36}})$$

$$2.5 \leq \mu \leq 2.7$$

برای فاصله اطمینان 99 درصد $Z_{0.995} = 2.576$ لازم می‌باشد:

$$2.6 + (2.576)\left(\frac{0.3}{\sqrt{36}}\right) \leq \mu \leq 2.6 - (2.576)\left(\frac{0.3}{\sqrt{36}}\right)$$

$$2.47 \leq \mu \leq 2.73$$

در مورد مسئله قبل اگر بخواهیم 95 درصد اطمینان داشته باشیم که تخمین ما برای μ بیشتر از 0.05 نداشته باشد چه تعداد نمونه باشد بررسی شود؟

حل:

$$1 - \alpha = 0.95$$

$$\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\left(\frac{S}{\sqrt{n}}\right) = 0.05$$

$$(1.96)\left(\frac{0.3}{\sqrt{n}}\right) = 0.05$$

$$n = \frac{(1.96)^2 (0.3)^2}{(0.05)^2} = 138.3$$

در نتیجه ۹۵ درصد اطمینان خواهیم داشت که از یک نمونه 39۱ تایی مقداری برای $\bar{X}$ به دست خواهد آمد که از μ کمتر از 0.05 اختلاف خواهد داشت.

فاصله اطمینان برای میانگین یک توزیع نرمال با واریانس نامعلوم

فرض کنید متغیر تصادفی x دارای توزیع نرمال با میانگین نامعلوم μ و واریانس نامعلوم σ^2 است. با استفاده از یک نمونه n تایی میانگین و واریانس نمونه $\bar{X}$ و S^2 را می‌توان محاسبه کرد که در این صورت $100(1 - \alpha)\%$ فاصله اطمینان دو طرفه برای میانگین جامعه از رابطه زیر به دست می‌آید:

فاصله اطمینان یکطرفه		فاصله اطمینان دو طرفه
$\mu \geq \bar{X} + t_{\alpha, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$	$\mu \leq \bar{X} + t_{\alpha, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$	$\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$
که $t_{\alpha/2, n-1}$ از جدول توزیع t با $n - 1$ درجه آزادی تعیین می‌شود.		



فاصله اطمینان دوطرفه برای واریانس

فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال بامیانگین نامعلوم μ و واریانس نامعلوم σ^2 است. اگر واریانس نمونه S^2 براساس یک نمونه n تایی محاسبه گردد آنگاه یک $\%(1 - \alpha)100$ فاصله اطمینان دوطرفه برای واریانس σ^2 بدین صورت تعیین می‌شود.

فاصله اطمینان یکطرفه	فاصله اطمینان دو طرفه
$\sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha, n-1}}$	$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2, n-1}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2, n-1}}$
که مقادیر $\chi^2_{\alpha/2, n-1}$ و $\chi^2_{1-\alpha/2, n-1}$ از جدول توزیع مربع کای تعیین می‌شود.	

فاصله اطمینان برای اختلاف دومیانگین (واریانسهای معلوم)

دومتغیر تصادفی X_1 و X_2 که به ترتیب دارای میانگینهای μ_1 و μ_2 و واریانسهای σ_1^2 و σ_2^2 هستند را در نظر بگیرید. اگر فرض کنیم μ_1 و μ_2 نامعلوم ولی σ_1^2 و σ_2^2 معلوم هستند در این صورت می‌توان یک $\%(1 - \alpha)100$ فاصله اطمینان برای اختلاف واقعی بین دو میانگین تعیین کرد. بمنظور انجام این کار یک نمونه تصادفی n تایی $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}$ از جامعه اول که آن را با x_1 نشان می‌دهیم و یک نمونه n_2 تایی $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n_2}$ از جامعه دوم که آن را با x_2 نشان می‌دهیم انتخاب می‌کنیم. اگر $\bar{X}_1$ و $\bar{X}_2$ میانگین نمونه‌ها باشند در این صورت $\%(1 - \alpha)100$ فاصله اطمینان دوطرفه برای اختلاف بین میانگین‌ها از طریق رابطه زیر تعیین می‌شود:

$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq \bar{X}_1 - \bar{X}_2 + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$	فاصله اطمینان دو طرفه
$\mu_1 - \mu_2 \leq \bar{X}_1 - \bar{X}_2 + Z_{\alpha} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$	
$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 + Z_{\alpha} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \leq \mu_1 - \mu_2$	فاصله اطمینان یکطرفه

دومتغیر تصادفی $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ و $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ را در نظر بگیرید. میانگین و واریانس هر دو توزیع با فرض اینکه واریانسها بایکدیگر مساوی هستند نامعلوم می‌باشند.

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - t_{\alpha/2, n_1 + n_2 - 2} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq \bar{X}_1 - \bar{X}_2 + t_{\alpha/2, n_1 + n_2 - 2} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

فاصله اطمینان برای نسبت واریانسهای دو توزیع نرمال

فرض کنید $X_1 \approx N(\mu_1, \sigma_1^2)$ و $X_2 \approx N(\mu_2, \sigma_2^2)$ و پارامترهای μ_1 و μ_2 و σ_1^2 و σ_2^2 نامعلوم هستند. می‌خواهیم یک $\%(1 - \alpha)100$ فاصله اطمینان برای نسبت σ_1^2 / σ_2^2 محاسبه نماییم. اگر S_1^2 و S_2^2 واریانسهای دو نمونه تصادفی باشند

آنگاه $\%(1 - \alpha)100$ فاصله اطمینان دوطرفه برای σ_1^2 / σ_2^2 به صورت زیر تعیین می‌گردد:

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} F_{1-\alpha/2, n_2-1, n_1-1} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{S_1^2}{S_2^2} F_{\alpha/2, n_2-1, n_1-1}$$

فاصله اطمینان دوطرفه

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} F_{1-\alpha, n_2-1, n_1-1} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$$

فاصله اطمینان یک طرفه

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{S_1^2}{S_2^2} F_{\alpha, n_2-1, n_1-1}$$

 که $F_{\alpha/2, u, v}$ از جدول توزیع F با درجه آزادی‌های u و v تعیین می‌شود.

فاصله اطمینان برای پارامترهای بینم

 در بعضی مواقع نیاز است که $100(1 - \alpha)\%$ فاصله اطمینان برای پارامتر p توزیع بینم محاسبه گردد.

$$\hat{P} - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{P}(1 - \hat{P})}{n}} \leq P \leq \hat{P} + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{P}(1 - \hat{P})}{n}}$$

فاصله اطمینان دوطرفه

 فاصله اطمینان تقریبی برای اختلاف P_1, P_2

$$\hat{P}_1 - \hat{P}_2 - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{P}_1(1 - \hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2(1 - \hat{P}_2)}{n_2}} \leq P_1 - P_2 \leq \hat{P}_1 - \hat{P}_2 + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{P}_1(1 - \hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2(1 - \hat{P}_2)}{n_2}}$$

آزمون فرضیه برای پارامترهای فرآیند

یک فرضیه آماری جمله یا بیانی درباره مقادیر پارامترهای یک توزیع احتمال است. نمونه‌ای از یک آزمون فرض بصورت زیر است.

$$\begin{cases} H_0: \mu = 1/500 \\ H_1: \mu \neq 1/500 \end{cases}$$

به منظور انجام یک آزمون فرضیه، یک نمونه تصادفی از جامعه موردنظر تهیه، آماره آزمون مناسبی محاسبه و در نهایت نتیجه گیری می‌شود که آیا فرضیه خنثی H_0 رد شود یا خیر. دو نوع خطا در زمان آزمون فرضیه‌ها ممکن است رخ دهد.

$$\alpha = P\{I \text{ نوع I خطای نوع I}\} = P\{H_0 \text{ رد شود} \mid H_0 \text{ صحیح باشد}\}$$

$$\beta = P\{II \text{ نوع II خطای نوع II}\} = P\{H_0 \text{ رد نمی‌شود} \mid H_0 \text{ اشتباه باشد}\}$$

در بعضی مواقع استفاده از قدرت یا توان آزمون ساده تر است که در این صورت:

$$\text{توان آزمون} = 1 - \beta = P\{H_0 \text{ اشتباه باشد} \mid H_0 \text{ رد می‌شود}\}$$

در فعالیتهای کنترل کیفیت گاهی α ریسک تولید کننده نامیده می‌شود زیرا آن احتمال رد یک انباشته خوب یا احتمال غیر قابل قبول محسوب کردن یک فرآیند تولیدی که مقادیر قابل قبولی برای یک مشخصه کیفی تولید می‌کند را نشان می‌دهد از طرف دیگر گاهی β ریسک مصرف کننده نامیده می‌شود زیرا این ریسک احتمال پذیرش یک انباشته باکیفیت نا مطلوب یا عدم توقف فرآیندی که مشخصه کیفی خاصی را به طور نا مطلوب تولید می‌کند نشان می‌دهد.

روش کلی در آزمون فرضیه تعیین مقداری برای احتمال خطای نوع I یا α و طراحی یک روش آزمون است به طوری که کوچکترین مقدار برای β حاصل گردد.

حال به بررسی چند نوع از مسائل آزمون فرضیه که معمولاً در کاربردهای کنترل کیفیت مشاهده می‌شوند می‌پردازیم. حالات مختلفی که بررسی می‌شوند عبارتند از:

۱. مقایسه میانگینها وقتی که واریانس معلوم است. ۲. مقایسه میانگینهای توزیعهای نرمال وقتی که واریانس نامعلوم است.

۳. مقایسه واریانسهای توزیعهای نرمال. ۴. مقایسه پارامترهای بینم.

۵. مقایسه پارامترهای پواسن.