



مکانیک سیالات

سری کتابهای کمک آموزشی کارشناسی ارشد

مجموعه عمران

مؤلف: بابک فضلی

سرشناسه: فضلی ، بابک

عنوان: مکانیک سیالات

مشخصات نشر: تهران، مشاوران صعود ماهان، ۱۴۰۴

مشخصات ظاهری: ۲۱۳ صفحه

فروست: سری کتاب‌های کمک آموزشی کارشناسی ارشد

شابک: 4-899-458-600-978

وضعیت فهرست‌نویسی: فنیای مختصر

یادداشت: این مدارک در آدرس <http://opac.nlai.ir> قابل دسترسی است.



www.Mahan.ac.ir

انتشارات ماهان ۴-۸۸۱۰۰۱۱۳

خیابان ولیعصر/ بالاتر از تقاطع مطهری/ روبروی قنادی هتل بزرگ تهران/ جنب بانک ملی/ پلاک ۲۵۵

نام کتاب: مکانیک سیالات

مدیران مسئول: هادی سیاری، مجید سیاری

مؤلف: بابک فضلی

مدیر تولید محتوا: سمیه بیگی

ناشر: مشاوران صعود ماهان

نوبت و تاریخ چاپ: دوم / ۱۴۰۴

تیراژ: ۱۰۰۰ نسخه

قیمت: ۵/۰۱۰/۰۰۰ ریال

شابک: ISBN:978-600-458-899-4



«ن والقلم و ما یسطرون»

کلمه نزد خدا بود و خدا آن را با قلم بر ما نازل کرد.

به پاس تشکر از چنین موهبت الهی، موسسه ماهان درصدد برآمده است تا در راستای انتقال دانش و مفاهیم با کمک اساتید مجرب و مجموعه کتب آموزشی خود برای شما داوطلبان ادامه تحصیل در مقطع کارشناسی ارشد گام موثری بردارد. امید است تلاش‌های خدمتگزاران شما در این موسسه پایه‌گذار گام‌های بلند فردای شما باشد. مجموعه کتاب‌های کمک آموزشی ماهان به‌منظور استفاده داوطلبان کنکور کارشناسی ارشد سراسری و آزاد تالیف شده‌اند. در این کتاب‌ها سعی کرده‌ایم با بهره‌گیری از تجربه اساتید بزرگ و کتب معتبر داوطلبان را از مطالعه کتاب‌های متعدد در هر درس بی‌نیاز کنیم.

دیگر تالیفات ماهان برای سایر دانشجویان به‌صورت ذیل می‌باشد.

کتاب‌های سوال و پاسخ تشریحی کنکور که شامل سوالات و پاسخ تشریحی چند سال اخیر کنکور سراسری ارشد می‌باشد.

بدین‌وسیله از مجموعه اساتید، مولفان و همکاران محترم خانواده بزرگ ماهان که در تولید و به‌روزرسانی تالیفات ماهان نقش موثری داشته‌اند، صمیمانه تقدیر و تشکر می‌نماییم.

دانشجویان عزیز و اساتید محترم می‌توانند هرگونه انتقاد و پیشنهاد درخصوص تالیفات ماهان را از طریق سایت ماهان به آدرس Entesharatmahan@yahoo.com با ما در میان بگذارند.

موسسه آموزش عالی آزاد ماهان



فهرست

عنوان

صفحه

فصل اول: خواص عمومی سیال	۵
فصل دوم: استاتیک سیالات	۲۰
فصل سوم: سینماتیک حرکت سیالات	۵۵
فصل چهارم: حرکت سیالات در لوله‌ها	۸۳
فصل پنجم: آنالیز ابعادی و تشابه‌سازی	۹۸
سؤالات چهارگزینه‌ای و پاسخ تشریحی آزمون سال ۹۰ الی ۱۴۰۳	۱۰۵
منابع	۲۱۳



خواص عمومی سیال

عناوین اصلی

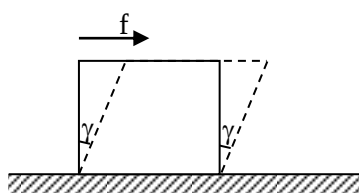
- ❖ سیال
- ❖ پارامترهای مهم سیالات
- ❖ تراکم پذیری
- ❖ لزجت سیالات
- ❖ تنش برشی
- ❖ لزجت سینماتیک
- ❖ سیالات غیر نیوتنی
- ❖ سیال ایده آل
- ❖ گاز کامل
- ❖ فشار بخار
- ❖ کاویتاسیون
- ❖ کشش سطحی
- ❖ ضریب کشش سطحی
- ❖ خاصیت مؤینگی

فصل اول

خواص عمومی سیال

۱-۱ سیال:

ماده‌ای است که در اثر تنش برشی حتی به مقدار اندک بطور دائم تغییر شکل می‌دهد.



$$V = Cte$$

$$a = 0$$

$$\begin{array}{l} \gamma \xrightarrow{\text{در جامد}} \text{محدود} \\ \gamma \xrightarrow{\text{در سیال}} \text{نامحدود} \end{array}$$

تذکر: در مواردی مانند پلاستیک بدلیل اینکه تغییر شکل محدود است و مقدار نیروی مشخص تغییر شکل معینی را ایجاد می‌کند، جزء سیالات نیستند.

تذکر: اگر صفحه‌ای را روی سیالی با نیروی مشخص f بکشیم، میزان سرعت صفحه ثابت خواهد بود.

تذکر: در موادی مانند شن و ماسه بدلیل وجود اصطکاک بین دانه‌های آن نیروهای کوچک نمی‌توانند تغییرات دائمی ایجاد کنند.

تذکر: اگر صفحه‌ای را در خلأ حرکت دهیم سرعت ثابت نیست و شتاب لحظه به لحظه تغییر می‌کند و این حالت مغایر با $a = 0$ و $V = cte$ است.

۲-۱ پارامترهای مهم سیالات

(۱) **جرم مخصوص یا دانسیته:** جرم واحد حجم سیال را جرم مخصوص یا دانسیته گویند. جرم مخصوص متوسط از تقسیم جرم بر حجم بدست می‌آید.

$$\rho = \rho_m = \frac{m}{V}$$

• واحد آن در سیستم c.g.s، $\frac{gr}{cm^3}$ و در سیستم SI، $\frac{kg}{m^3}$ و در سیستم BC، $\frac{slug}{ft^3}$ است.

(۲) **حجم مخصوص:** حجم واحد جرم سیال را حجم مخصوص گویند و با $v = \frac{1}{\rho}$ نمایش می‌دهند.

• واحد آن در سیستم cgs، $\frac{cm^3}{gr}$ و در سیستم SI، $\frac{m^3}{kg}$ و در سیستم BC، $\frac{ft^3}{slug}$ است.

(۳) **وزن مخصوص:** وزن واحد حجم سیال را وزن مخصوص گویند و با γ نمایش می‌دهند.

$$\gamma_m = \gamma = \frac{w}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g$$

• واحد آن در سیستم cgs، $\frac{dyn}{cm^3}$ و در سیستم SI، $\frac{N}{m^3}$ و در سیستم BC، $\frac{lb}{ft^3}$ است.

(۴) **چگالی (وزن مخصوص نسبی: s.g.)**

معمولاً در مایعات چگالی نسبی را نسبت به آب بیان می‌کنند که دانسیته وزن مخصوص آب به شرح زیر است.

$$sg = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\gamma}{\gamma_0}$$

$$\rho_0 = 1 \frac{gr}{cm^3} = 1000 \frac{kg}{m^3}$$

$$\gamma_0 = 1 \frac{grf}{cm^3} = 9806 \frac{N}{m^3} = 1000 \frac{kgf}{m^3} = 62.4 \frac{lb}{ft^3}$$

۳-۱- تراکم پذیری:

الف) ضریب تراکم پذیری β که بصورت زیر است:

تذکر: β همواره تعدادی مثبت دارد.

تذکر: واحد β در سیستم SI برابر $\frac{m^2}{N}$ است.

$$\beta = -\frac{\frac{dv}{v}}{dp} = -\frac{1}{v} \left(\frac{dv}{dp} \right)$$

ب) مدول الاستیسیته حجمی (ضریب تراکم ناپذیری) که بصورت زیر است:

تذکر: مدل الاستیسیته حجمی همواره مثبت است.

تذکر: واحد E در سیستم SI برابر $\frac{N}{m^2}$ یا پاسکال است.

$$E = -\frac{dp}{\frac{dv}{v}} = \frac{dp}{\frac{d\rho}{\rho}}$$

تذکر: در سیالات افزایش درجه حرارت در فشار ثابت، باعث کاهش مدول بالک و افزایش فشار در درجه حرارت ثابت سبب افزایش آن می شود.

مثال: مدول الاستیسیته حجمی برای یک مایع که در اثر افزایش فشار ۴۰ Kpa، جرم مخصوص آن ۰/۰۱ افزایش می یابد، چند پاسکال است.

$$8 \times 10^6 \quad (۴)$$

$$8 \times 10^5 \quad (۳)$$

$$4 \times 10^6 \quad (۲)$$

$$4 \times 10^5 \quad (۱)$$

$$E = \frac{dp}{\frac{d\rho}{\rho}} = \frac{40 \times 1000}{0.01} = 4 \times 10^6 \text{ pa}$$

حل: گزینه ۲ صحیح است. زیرا:

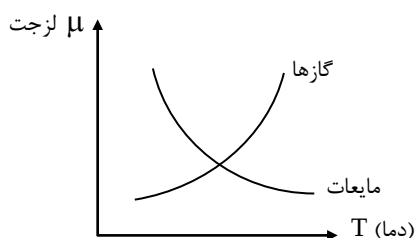
مثال: اگر مدول الاستیسیته حجمی ثابت بماند در آن صورت نحوه تغییر دانسیته مایع با تغییر فشار آن چگونه خواهد بود؟

$$k = \rho \frac{dP}{d\rho} \Rightarrow dP = k \left(\frac{d\rho}{\rho} \right) \Rightarrow \int_{P_0}^P dP = \int_{\rho_0}^{\rho} k \frac{d\rho}{\rho} \rightarrow$$

$$P - P_0 = k \ln \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) \Rightarrow \frac{\rho}{\rho_0} = \exp \left(\frac{P - P_0}{k} \right) \Rightarrow$$

$$\rho = \rho_0 \exp \left(\frac{P - P_0}{k} \right)$$

۴-۱- لزجت سیالات

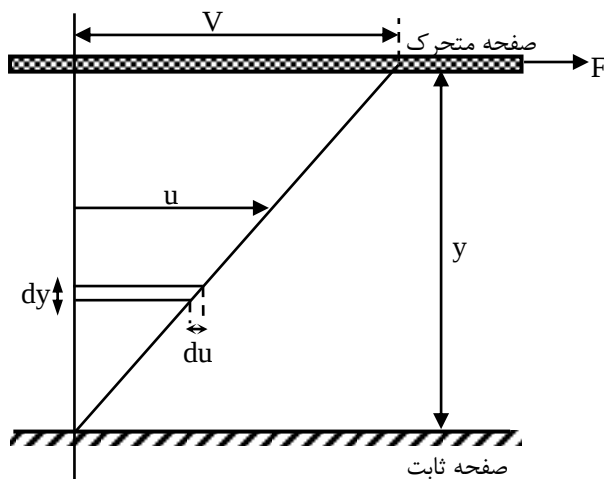


لزجت یا ویسکوزیته سیال خاصیتی است که مقدار مقاومت سیال را در برابر تنش برشی وارد بر سیال نشان می‌دهد. لزجت مایعات ناشی از جاذبه مولکولی است و با افزایش دما، کاهش می‌یابد. اما لزجت گازها با افزایش دما به دلیل افزایش تعداد برخوردها افزایش می‌یابد.

۵-۱- تنش برشی (آزمایش نیوتن):

فرض کنید دو صفحه موازی و عریض در فاصله کوچک y از یکدیگر قرار گرفته‌اند و فضای بین این دو صفحه با سیال پر شده است. صفحه بالایی با نیروی ثابت F کشیده شده و صفحه با سرعت V حرکت می‌کند و صفحه پایینی ثابت است. داریم: بدلیل کم بودن فاصله می‌توان سرعت را خطی فرض کرد و براساس نتایج آزمایشگاهی داریم:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$



که در آن:
 τ : تنش برشی
 μ : ویسکوزیته دینامیکی (مطلق)
 u : سرعت در نقطه دلخواه
 y : فاصله دلخواه تا صفحه ثابت است.

واحد آن در سیستم c.g.s, $\text{Poise} \left(\frac{\text{dyn.s}}{\text{cm}^2} \right)$ و در سیستم SI, Pa.s با $\frac{\text{N.s}}{\text{m}^2}$ است.

$$1 \text{ Poise} = 10^{-1} \frac{\text{N.s}}{\text{m}^2}$$

تذکر: سیالاتی که از رابطه فوق تبعیت می‌کنند سیالات نیوتنی نامیده می‌شوند.

تذکر: اگر فاصله صفر کوچک باشد، توزیع تنش خطی است.

۶-۱- لزجت سینماتیکی:

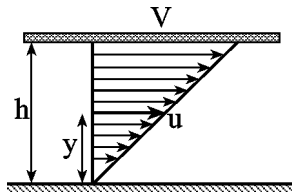
لزجت سینماتیک را با ν نمایش داده و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

• واحد آن در سیستم cgs, stoke و در سیستم SI, $\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ است.

$$\text{Stoke} = \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \quad \text{و} \quad 1 \text{ Stoke} = 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

مثال: فاصله بین دو صفحه موازی ۱۰ mm از مایعی پر شده است. برای اینکه صفحه فوقانی را با سرعت ثابت $2 \frac{m}{s}$ به حرکت درآوریم نیروی ۱۰ Kgf باید بصورت مماسی بر آن وارد شود. ضریب لزجت دینامیکی بر حسب Poise کدام است؟ (ضلع هر صفحه ۵۰ cm و سنگینی نسبی مایع ۰/۹۵ است)



(۱) ۱۸/۶۲

(۲) ۱۹/۶۲

(۳) ۲۰/۶۲

(۴) ۲۱/۶۲

حل: گزینه ۲ صحیح است. زیرا:

$$V = 2 \times 100 = 200 \frac{cm}{s}$$

$$F = 10 \times 10^3 \times 9/81 = 10^6 \times 9/81 \text{ din}$$

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{V}{h} \Rightarrow \mu = \frac{F \times h}{A \times V} = \frac{10^6 \times 9/81 \times 1}{2500 \times 200} = 19/62 \text{ Poise}$$

تذکر: اگر θ زاویه بین خط مماس و محور x باشد آنگاه تنش برشی از فرمول $\tau = \mu \cot \theta$ به دست خواهد آمد.

مثال: شفتی به قطر ۶۰ میلیمتر در داخل یاتاقانی می چرخد، فاصله بین شفت و یاتاقان ۰/۵ mm است و از سیالی پر شده است. اگر شفت با سرعت ۱۰۰ rpm (دور در دقیقه) بچرخد و μ برابر ۱ poise باشد، تنش برشی وارده بر شفت کدام است؟

(۴) $72 \frac{N}{m^2}$

(۳) $62 \frac{N}{m^2}$

(۲) $52 \frac{N}{m^2}$

(۱) $42 \frac{N}{m^2}$

حل: گزینه ۳ صحیح است زیرا:

$$\omega = 2\pi n \quad 1 \text{ Poise} = 0/1 \frac{N.s}{m^2}$$

$$v = r\omega = r \times 2\pi n \longrightarrow v = \frac{30}{1000} \times 2\pi \times \frac{100}{60} = 0/31 \frac{m}{s}$$

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = 0/1 \times \frac{0/31}{0/0005} = 62 \frac{N}{m^2}$$

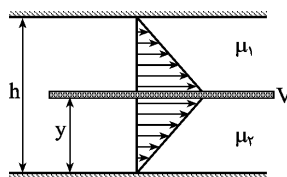
مثال: شکافی به فاصله h مطابق شکل موجود است، اگر صفحه‌ای در درون شکاف با سرعت v کشیده شود و در یک طرف آن سیالی با ویسکوزیته μ_1 و در طرف دیگر آن سیالی با ویسکوزیته μ_2 قرار داشته باشد، y کدام باشد، تا نیروی برشی در دو صفحه برابر گردد؟

(۱) $y = \left| \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_2} \right| h$ (۲) $y = \left| \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1} \right| h$ (۳) $y = \left(\frac{\mu_2 + \mu_1}{\mu_2} \right) h$ (۴) $y = \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} h$

حل: گزینه ۴ صحیح است. زیرا:

$$\tau_1 = \tau_2 \longrightarrow \mu_1 \frac{dv_1}{dy_1} = \mu_2 \frac{dv_2}{dy_2} \longrightarrow$$

$$\mu_1 \frac{v}{h-y} = \mu_2 \frac{v}{y} \longrightarrow y = \frac{\mu_2 h}{\mu_1 + \mu_2}$$

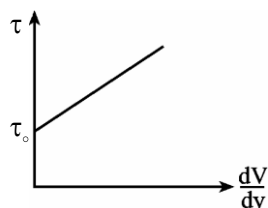


۷-۱- سیالات غیر نیوتنی

سیالات غیر نیوتنی بسته به نحوه گرانی نسبت به تنش برشی به انواع زیر تقسیم می شوند:

الف) سیالات پلاستیک ایده آل:

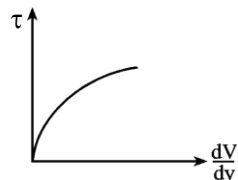
در ابتدا تنش وارده را تا حدی تحمل نموده و و پس از آن به جریان می افتند.



$$\tau = \tau_0 + \mu \frac{dv}{dy}$$

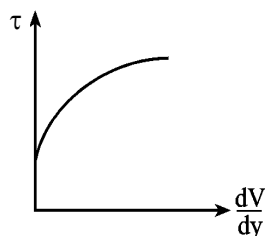
ب) سیالات پلاستیک حقیقی

این سیالات نیز در ابتدا تنش وارده را تا حدی تحمل می نمایند ولی پس از آن به جریان افتاده و لحظه به لحظه با افزایش گرادیان مقدار لزجت کاهش می یابد.



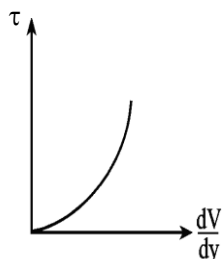
ج) سیالات شبه پلاستیک

این نوع سیالات بدو هیچ گونه تنشی را تحمل نمی کنند و مقدار لزجت، با افزایش تنش برشی کاهش می یابد.



د) سیالات منبسط شونده

در این نوع سیالات با افزایش گرادیان سرعت، لزجت افزایش می یابد.



۸-۱- سیال ایده آل

سیالی است که لزجت آن بسیار پایین است (صفر است) و جرم مخصوص آن در فشار و دمای ثابت تغییر نمی کند.

۹-۱- گاز کامل

گاز کامل گازی است که: الف) از قانون گاز کامل پیروی کند. ب) گرمای ویژه آن ثابت باشد.

$$P = \rho RT \quad \text{معادله حالت گاز کامل}$$

برای یک گاز با جرم یکسان و با دو شرایط متفاوت داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = mR$$

که در آن:

P: فشار مطلق

R: ثابت جهانی گازها و واحد آن در SI $\frac{N.m}{kg.k}$ است.

m: جرم گاز

P: جرم مخصوص

T: دما بر حسب کلونین می باشد.

مثال: برای گاز کامل در شرایط ایزو ترم (دمای ثابت) مدول پالک برابر با کدام گزینه می باشد؟

P_T (f) P (r) ρ_T (r) ρ (l)

حل: گزینه ۳ صحیح است.

$$P = \rho RT \Rightarrow dP = RT d\rho \Rightarrow \frac{df}{d\rho} = RT \Rightarrow$$

$$\rho \left(\frac{dP}{d\rho} \right) = \rho RT \Rightarrow k = \rho RT \Rightarrow k = P$$

۱-۱۰- فشار بخار (Pv):

فشاری است که در اثر فرار کردن مولکولهای سیال به بالا ایجاد می‌شود و به عوامل زیر بستگی دارد:

(۱) جنس، مایع (۲) فشار محیط (۳) دمای سیال

۱-۱۱- کاویتاسیون:

هرگاه فشار سطح یک مایع کمتر از فشار بخار آن مایع شود کاویتاسیون اتفاق می‌افتد. در اثر کاویتاسیون حبابهای کوچکی تشکیل می‌شود که این حبابها به طرف منطقه‌ای که فشار بیشتری نسبت به فشار بخار دارد حرکت می‌کنند و در آنجا متلاشی می‌شوند که می‌توانند خساراتی در پمپها و توربینهای هیدرولیک بوجود آورند.

(مطلق) P_v مطلق P (سطح سیال)

مثال: استوانه‌ای با شعاع 0.12 متر درون استوانهٔ ثانی، با شعاع 0.13 متر حول محور خود و استوانه دوران می‌کند. هر دو استوانه

طولی برابر $\frac{1}{3}$ متر دارند. اگر برای رسیدن به سرعت زاویه‌ای $\frac{2\pi}{s}$ نیاز به گشتاور 88 N.m باشد، ویسکوزیته سیالی که فضای بین این دو استوانه را پر کرده، کدام است؟

•/6 pa.s (4) •/5 pa.s (3) •/2 pa.s (2) •/4 pa.s (1)

حل: گزینه ۱ صحیح است.

زیرا:

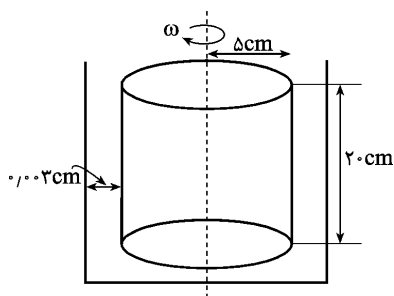
$$v = r\omega = 0.12 \times 2\pi = 0.754 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \frac{dv}{dr} = \frac{0.754}{0.13 - 0.12} = 754 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{شده} \quad \tau \times A \times r \longrightarrow \circ/\lambda\lambda = \tau \times (2\pi \times \circ/125 \times \circ/3) \times \circ/125 \longrightarrow \tau = 29/9 \text{ pa}$$

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{dv}{dy}} = \frac{29/9}{75/4} = 0.1547 \text{ Pa.s}$$

تذکر: توان حرکت در حالت خطی برابر $P=F.v$ و در حالت چرخشی (دورانی) برابر $P=M.\omega$ می باشد.

مثال: در شکل زیر توان لازم برای چرخش میله کدام است؟ ($\mu = 0.008$, $n = 120 \text{ rpm}$)



101 (1)

102 (2)

١٠٤ (٣)

1.5 (f)

حل: گزینه ۴ صحیح است.



زیرا:

$$\text{سطح} \times \tau = \tau \times A = \text{گشتاور}$$

$$v = R.\omega = 0.05 \times 2\pi \times \frac{120}{60} = 0.63$$

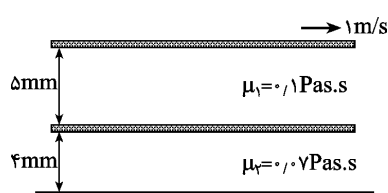
$$\tau = \mu \frac{v}{t} = 0.008 \times \frac{0.63}{0.003} = 1.68$$

$$M = \tau \times A \times r \rightarrow$$

$$M = 1.68 \times (2\pi \times 0.05 \times 0.02) \times 0.05 = 0.0278$$

$$P = M.\omega = 0.0278 \times \frac{120}{60} = 0.557$$

مثال: دو صفحه با فواصل نشان داده شده از هم بصورت شکل زیر قرار گرفته‌اند. اگر سرعت صفحه فوقانی $1 \frac{m}{s}$ باشد، سرعت

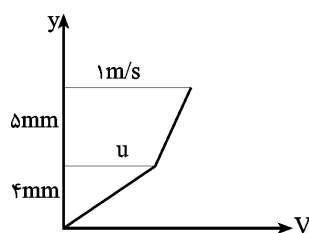


صفحه تحتانی کدام است؟

$$(1) \quad 0.44 \frac{m}{s} \quad (2) \quad 0.54 \frac{m}{s}$$

$$(3) \quad 0.64 \frac{m}{s} \quad (4) \quad 0.74 \frac{m}{s}$$

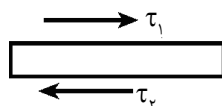
حل: گزینه ۱ صحیح است. زیرا:



$$\frac{du_1}{dy_1} = \frac{1-u}{0.005}$$

$$\frac{du_2}{dy_2} = \frac{u}{0.004}$$

شرط تعادل برای صفحه پایین بصورت مقابل است:



$$\tau_1 = \tau_2 \rightarrow \mu_1 \frac{du_1}{dy_1} = \mu_2 \frac{du_2}{dy_2} \rightarrow \frac{1-u}{0.005} = \frac{u}{0.004} \rightarrow u = 0.44 \frac{m}{s}$$

مثال: گازها جزء کدام دسته از مواد نمی‌توانند باشند؟

(۲) سیال غیرنیوتنی

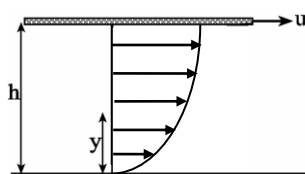
(۱) سیال ایده‌آل

(۴) هر سه موارد فوق

(۳) سیال نیوتنی

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا گازها همواره تراکم‌پذیرند.

مثال: اگر سرعت در شکل زیر بصورت سهمی باشد، مقدار ماکزیمم تنش چه مقدار است؟



$$(1) \quad \mu \frac{u}{h} \quad (2) \quad \mu \frac{2u}{h}$$

$$(3) \quad \mu \frac{u}{2h} \quad (4) \quad \mu \frac{u}{4h}$$

حل: گزینه ۲ صحیح است.

زیرا:

$$v = ay^r + by + c$$

$$y = 0 \rightarrow v = 0 \rightarrow c = 0$$

$$y = h \rightarrow v = u \rightarrow u = ah^r + bh \quad (1)$$

در سطح مایع تنش برشی صفر است یعنی با کوچکترین نیرو شروع به حرکت می کند و به عبارتی تنش برشی وجود ندارد.

$$y = h \rightarrow \tau = 0 \rightarrow \frac{du}{dy} = 0 \rightarrow rah + b = 0 \Rightarrow b = -rah$$

$$\Rightarrow u = ah^r - rah^r \quad (2)$$

از معادله ۱ و ۲ داریم:

$$a = \frac{-u}{h^r} \quad \text{و} \quad b = \frac{ru}{h}$$

بنابراین:

$$v = -\frac{u}{h^r} y^r + \frac{ru}{h} y \quad \text{معادله سرعت}$$

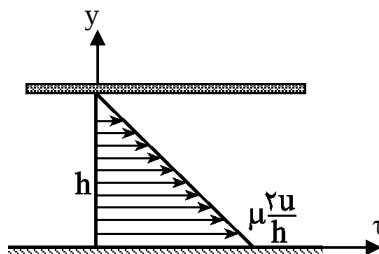
همانگونه که ملاحظه می شود تنش برش خطی است:

$$\tau = \mu \left(-ry \frac{u}{h^r} + \frac{ru}{h} \right)$$

$$y = 0 \rightarrow \tau_{\max} = \mu \frac{ru}{h}$$

$$y = h \rightarrow \tau_{\min} = 0$$

توزیع تنش در عمق به صورت زیر است:



مثال: با توجه به شکل مقابل لزجت بین یاتاقان و محور کدام است؟

(۱) ۰/۹ pas.s (۲) ۰/۱۱ pas.s

(۳) ۰/۱۵ pas.s (۴) ۰/۲۰ pas.s

حل: گزینه ۲ صحیح است.

زیرا:

$$\tau = \frac{P}{A}$$

A: سطح حول آن قسمت از سیلندری است که سیال، در بین سیلندر داخلی و سطح خارجی (یاتاقان) محصور شده است.

$$A = \pi \times D \times L$$

$$A = \pi \times 0.2 \times 0.6 = 0.377 \text{ m}^2$$

$$\tau = \frac{1}{0.377} = 2.65 \text{ N/m}^2$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \rightarrow 2.65 = \mu \times \frac{0.25}{0.01} \rightarrow \mu = 0.11 \text{ Pas.s}$$

مثال: مکعبی روی سطح شیب‌داری که با افق زاویه 30° می‌سازد، می‌لغزد. لایه نازکی از یک سیال به ضخامت 0.2 mm جسم جامد و سطح را از هم جدا می‌کند. اگر لزجت سیال 0.3 N.s/m^2 باشد، با فرض سرعت خطی، سرعت نهایی مکعب کدام است؟ (سطح مکعب در تماس با لایه نازک سیال معادل 0.2 m^2 است)

$$4/67(4)$$

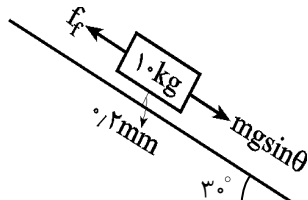
$$3/67(3)$$

$$2/67(2)$$

$$1/67(1)$$

حل: گزینه ۱ صحیح است.

برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر است با:



$$f_f = mg \sin \theta$$

$$f_f = \tau A \Rightarrow \mu \frac{du}{dy} \times A = mg \sin \theta$$

$$u = \frac{mg \sin \theta y}{\mu \times A} = \frac{1.0 \times 1.0 \times \sin 30^\circ \times 0.2 \times 10^{-3}}{0.3 \times 0.2} = 1/67 \text{ m/s}$$

مثال: در مثال صفحه ۱۲، مقدار y کدام باشد تا نیرویی که صفحه را به جلو می‌راند حداقل گردد؟

$$\sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} \times h \quad (4)$$

$$\frac{1}{(1 + \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}}) \times h} \quad (3)$$

$$(1 + \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}}) \times h \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} \times h \quad (1)$$

حل: گزینه ۳ صحیح است.

زیرا:

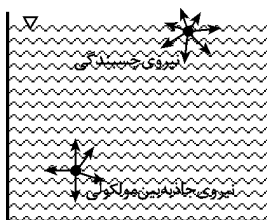
$$F = \tau_1 + \tau_2 = \mu_1 \frac{v}{(h-y)} + \mu_2 \frac{v}{y}$$

$$\frac{dF}{dy} = 0 \rightarrow \frac{\mu_1 v}{(h-y)^2} - \mu_2 \frac{v}{y^2} = 0 \Rightarrow \frac{\mu_1}{(h-y)^2} - \frac{\mu_2}{y^2} = 0 \rightarrow$$

$$\left(\frac{h-y}{y}\right)^2 = \frac{\mu_1}{\mu_2} \rightarrow \frac{h-y}{y} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} \rightarrow \frac{h}{y} = 1 + \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} \rightarrow y = \frac{1}{(1 + \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}})h}$$

۱-۱۲- کشش سطحی:

مقاومت در برابر بیرون کشیدن یک جسم جامد از روی سیال، کشش سطحی نامیده می‌شود. مولکولهای موجود در داخل مایعات تحت تأثیر نیروهای جاذبه مولکولی می‌باشند از آنجا که مقدار این نیروها در جهات مختلف مساوی است لذا مولکولهای موجود در فاصله حداقل معینی از سطح در این قسمت بی حرکت خواهند ماند، اما در سطح سیال بین آنها نیروی جاذبه چسبندگی وجود دارد که برآیند آنها به طرف داخل می‌باشد و این نیروها چسبندگی، کمتر از نیروهای پیوستگی می‌باشند، بنابراین سطح سیال تحت تأثیر کشش سطحی خواهد بود. پس کشش سطحی نیرویی است که در آن مولکولهای سطح مایع به طرف پایین کشیده می‌شوند و به همین دلیل است که یک قطره آب کروی فرض می‌شود.

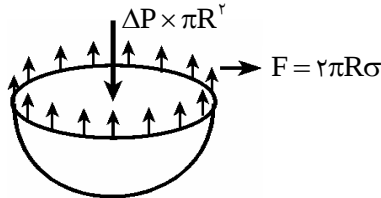


۱-۱۳- ضریب کشش سطحی

ضریب کشش سطحی برابر است با نسبت نیرو به طول و آن را با علامت σ نمایش می‌دهند.

$$\sigma = \frac{F}{L} = \frac{\text{طول}}{\text{نیرو}} \rightarrow F = \sigma \times L$$

ضریب کشش سطحی



مثال: اختلاف فشار بین داخل و خارج قطره آب کدام است؟

$\frac{2\sigma}{R}$ (۲)	$\frac{\sigma}{R}$ (۱)
$\frac{4\sigma}{R}$ (۴)	$\frac{3\sigma}{R}$ (۳)

حل: گزینه ۲ صحیح است.

زیرا: تعادل در جهت Y را نوشته داریم:

$$\Delta P \times \pi R^2 = \gamma \pi R \sigma \rightarrow P_i - P_o = \frac{2\sigma}{R}$$

تذکر: رابطه بالا اختلاف فشار بین داخل و خارج را برای یک قطره آب (کروی شکل) می‌دهد، با استفاده از این نتیجه می‌توان افزایش فشار در داخل یک حباب صابون را حساب کرد، چونکه حباب صابون را می‌توان دو نیم‌کره تصور کرد که دو سطح مشترک با هوا دارد (یک سطح داخلی و دیگری سطح خارجی با قطر تقریباً مساوی با R) پس:

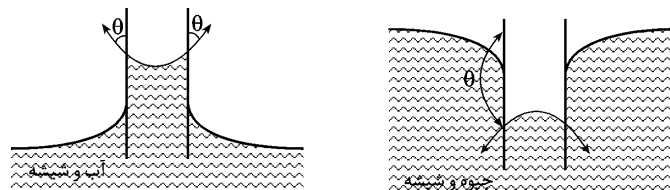
$$\Delta P = 2 \times \Delta P_{\text{قطره}} \Rightarrow P_i - P_o = \frac{4\sigma}{R}$$

تذکر: اگر در مثال فوق دو نیمکره داخلی و خارجی دارای قطرهای یکسان نباشند، آنگاه اختلاف فشار داخل و خارج از فرمول زیر بدست می‌آید:

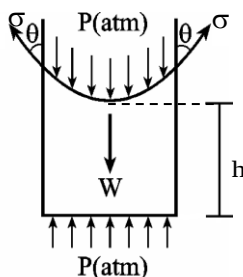
$$P_i - P_o = 2\sigma \left(\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_r} \right)$$

۱-۱۴- خاصیت مویینگی:

یکی از اثرات کشش سطحی پدیده لوله‌های موئین می‌باشد. اگر لوله باریکی را (لوله‌ای که شعاعش کمتر از $12/5 \text{ mm}$ باشد) در داخل ظرف مایعی قرار دهیم، سطح مایع درون لوله و ظرف یکسان نخواهد بود. در مواردی که مایع جدار را تر نماید سطح مایع در لوله بالاتر قرار گرفته و سطح آن مقعر است و برعکس در حالتی که مایع جدار ظرف را تر نکند، سطح مایع در لوله پائین‌تر بوده و سطح مایع محدب می‌باشد.



مثال: مقدار h با فرض حالت آب و شیشه کدام است؟ (نیروی کشش سطحی σ می‌باشد)



$\frac{2\sigma \sin \theta}{\rho g R}$ (۲)	$\frac{\sigma \sin \theta}{\rho g R}$ (۱)
$\frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g R}$ (۴)	$\frac{\sigma \cos \theta}{\rho g R}$ (۳)

حل: گزینه ۴ صحیح است.

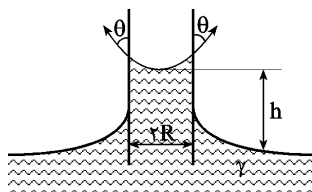
زیرا:

$$2\pi R\sigma\cos\theta = w = \rho g \pi R^2 h \rightarrow h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g R}$$

تذکر: برای حالت آب و شیشه تمیز زاویه θ بسیار کوچک است و در نتیجه $\cos\theta \cong 1$ و داریم:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R}$$

مثال: نیروی عمودی که بواسطه کشش سطحی برای نگهداشتن لوله شکل زیر مورد نیاز است، کدام است؟



(۱) $\pi R\sigma\cos\theta$

(۲) $2\pi R\sigma\cos\theta$

(۳) $3\pi R\sigma\cos\theta$

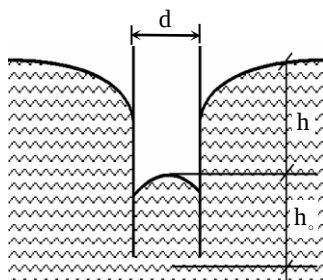
(۴) $4\pi R\sigma\cos\theta$

حل: گزینه ۴ صحیح است.

دو نیروی کشش سطحی از طرف آب بر شیشه وارد می شود یکی از طرف آب داخل شیشه که بر اثر خاصیت موئینگی در داخل شیشه بالا رفته و دیگری از طرف آب بیرون لوله است و اندازه هر کدام از این دو نیرو مساوی است و داریم:

$$F = 2 \times (2\pi R\sigma\cos\theta) = 4\pi R\sigma\cos\theta$$

مثال: مقدار پائین افتادگی موئینگی کدام است؟



(۱) $\frac{\sigma\cos\theta}{\gamma d}$

(۲) $\frac{2\sigma\cos\theta}{\gamma d}$

(۳) $\frac{3\sigma\cos\theta}{\gamma d}$

(۴) $\frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma d}$

حل: گزینه ۴ صحیح است.

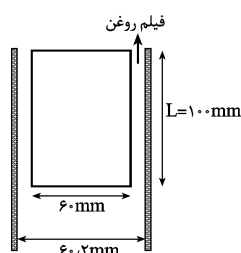
شرط تعادل دیاگرام آزاد شکل مقابل را می نویسیم، داریم:

$$\gamma(h_1 + h) \times \frac{\pi d^2}{4} - W - \pi d\sigma\cos\theta = 0$$

$$\Rightarrow \gamma(h_1 + h) \times \frac{\pi d^2}{4} - \gamma h_1 \times \frac{\pi d^2}{4} - \pi d\sigma\cos\theta = 0$$

$$\rightarrow h = \frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma d}$$

مثال: استوانه A به جرم $2/3 \text{ Kg}$ در شکل زیر نشان داده است و در داخل لوله ای به طرف پائین می لغزد. روغن بین آن دو وجود دارد. ضریب لزجت $5 \times 10^{-3} \text{ N.s/m}^2$ می باشد، سرعت حد (V_T) کدام است؟



(۱) ۲۰

(۲) ۲۴

(۳) ۲۶

(۴) ۲۹

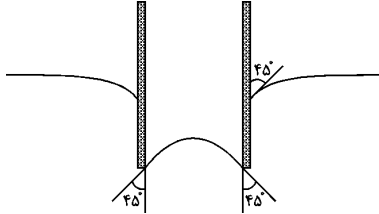
حل: گزینه ۲ صحیح است.

وقتی استوانه به سرعت حد می رسد، شرایط تعادل ایجاد می شود (شتاب نخواهیم داشت).

$$\tau \times \pi \times D \times L = w$$

$$\mu \frac{du}{dy} \times \pi DL = w \rightarrow 5 \times 10^{-3} \times \frac{V}{0.0001} \times \pi \times 0.06 \times 0.1 = 2/3 \times 9/81 \rightarrow v = 23/95 \text{ m/s}$$

مثال: لوله شیشه‌ای شکل زیر در جیوه فرو رفته اگر قطر داخلی $D_i = 4 \text{ cm}$ و قطر خارجی شیشه برابر $D_o = 4.5 \text{ cm}$ باشد، نیروی رو به بالای وارد بر شیشه کدام است؟



(۱) $1/95$

(۲) $2/95$

(۳) $3/95$

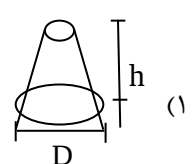
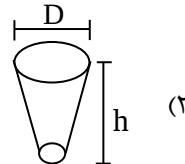
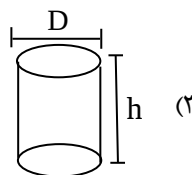
(۴) $4/95$

حل: گزینه ۱ صحیح است.

دو نیروی کشش سطحی بر شیشه وارد می‌شود یکی در داخل شیشه که به جدار داخلی وارد می‌شود و دیگری در سطح جیوه که به جدار خارجی وارد می‌شود.

$$F = \sigma \pi D_o \cos 45^\circ + \sigma \pi D_i \cos 45^\circ = \pi \times 0.045 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sigma + \pi \times 0.04 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sigma = 1/89 \sigma$$

مثال: کدامیک از شکلهای زیر ارتفاع موئینگی بیشتری دارد؟



(۴) در هر شکلی یکسان است.

حل: گزینه ۱ صحیح است.

ارتفاع موئینگی با قطر متوسط رابطه دارد و هر چه قطر متوسط کوچکتر باشد ارتفاع موئینگی بیشتر است، بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

مثال: وقتی که در لیوان پر از آبی بتوان چند قطره آب اضافه کرد، چنین پدیده‌ای چه نام دارد؟

(۲) فشار بخار موجود در بالای سطح آن

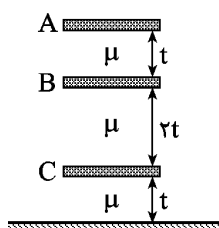
(۱) لوله موئینه

(۴) کاویتاسیون

(۳) کشش سطحی

حل: گزینه ۳ صحیح است.

مثال: مطابق روبه رو صفحه A و B و C در حال حرکت می‌باشند اگر سرعت صفحه A برابر u باشد، سرعت صفحه C کدام است؟



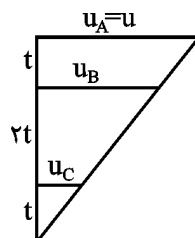
(۱) $0.25u$

(۲) $0.3u$

(۳) $0.2u$

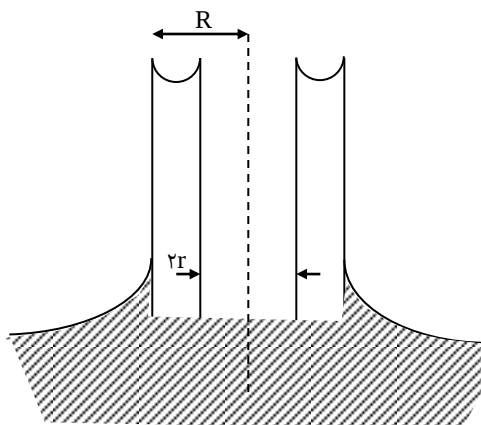
(۴) $0.5u$

حل: گزینه ۱ صحیح است زیرا:



$$\frac{u_C}{t} = \frac{u_A}{4t} \rightarrow u_C = \frac{u}{4}$$

مثال: بین دو لوله متحد المحور به شعاعهای R و r زاویه تماس θ مقدار صعود موئینگی h را بدست آورید؟



حل:

• = نیروی کشش سطحی - نیروی وزن

$$2\pi R \gamma \cos \theta + 2\pi r \gamma \cos \theta - \gamma h \pi (R^2 - r^2) = 0 \Rightarrow h = \frac{2\gamma \cos \theta}{\gamma(R - r)}$$

تذکر: اگر در یک حباب دو نیمکره داخلی و خارجی دارای قطرهای یکسان نباشند آنگاه اختلاف فشار داخل و خارج از فرمول زیر به دست می آید.

$$\Delta P = 2\gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

مثال: اگر چنانچه یک جت مایع استوانه‌ای شکل در اختیار داشته باشیم اختلاف فشار داخلی و خارجی این جت (ΔP) کدام است؟

$$\Delta P = \frac{\gamma}{2R} \quad (4)$$

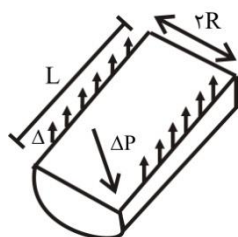
$$\Delta P = \frac{4\gamma}{R} \quad (3)$$

$$\Delta P = \frac{2\gamma}{R} \quad (2)$$

$$\Delta P = \frac{\gamma}{R} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱ صحیح است.

زیرا: جت استوانه‌ای به طول بی نهایت است.



$$\kappa \alpha 2L = \Delta P \times 2RL \rightarrow$$

$$\Delta P = \frac{\kappa}{R}$$

استاتیک سیالات

عناوین اصلی

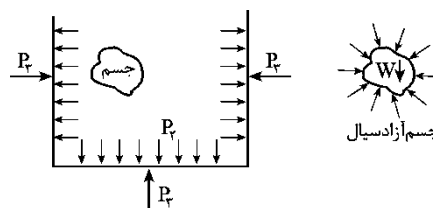
- ❖ مفهوم فشار سیال
- ❖ ماهیت فشار در سیالات
- ❖ واحدهای فشار
- ❖ رابطه اساسی فشار استاتیکی
- ❖ فشار هیدرواستاتیک در گازها
- ❖ ارتفاع نظیر فشار و فشار هوا
- ❖ اساس اندازه‌گیری فشار سیالات
- ❖ وسایل اندازه‌گیری فشار
- ❖ فشارسنج مایعی
- ❖ رابطه تعادلی فشار در سیستم
- ❖ فشار سیالات بر سطوح مستوی
- ❖ مرکز فشار
- ❖ منشور فشار
- ❖ فشار مایعات بر سطوح منحنی
- ❖ شناوری
- ❖ تعادل اجسام شناور
- ❖ تعادل نسبی مایعات
- ❖ حرکت دورانی

فصل دوم

استاتیک سیالات

۱-۲- مفهوم فشار سیال

برای مطالعه یک قسمت از سیال می‌توان آنرا بصورت واحد مجزائی که با نام جسم آزاد سیال خوانده می‌شود در نظر گرفت مشروط بر اینکه اثر نیروهائی که سایر قسمت‌های سیال بر این جزء وارد می‌کنند را در نظر بگیریم. طبق تعریف، فشار در هر نقطه از یک سیال عبارتست از نیرویی که توسط سیال بر واحد سطح در آن نقطه، اعمال می‌شود.



برای تعیین فشار در یک نقطه از سیال مانند A، سطح المان کوچک ΔA را حول این نقطه در نظر می‌گیریم.



برای آنکه تعادل این قسمت کوچک از سیال حفظ شود، لازمست که اثر سایر ذرات سیال را روی آن منظور نمائیم. اگر این اثر در حالت عمومی به صورت نیروی ΔR در نظر گرفته شود، می‌توان آن را به دو مولفه عمودی ΔN و مماسی ΔT تجزیه کرد طبق تعریف، فشار m بصورت زیر بیان می‌گردد.

$$P = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A}$$

مولفه مماسی ΔT نیز باعث ایجاد یک تنش برشی τ در همین نقطه خواهد شد.

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta A}$$

تنش برشی فوق همان تنش برشی مربوط به لزجت است که قبلاً تعریف شد و هنگامیکه سیال بحالت تعادل است مقدار آن صفر بوده و بنابراین در حالت تعادل سیال مولفه اصلی همان عمود بر سطح در آن نقطه می‌باشد، یا به بیان دیگر، فشار در هر نقطه بر هر سطحی که در آن نقطه در نظر بگیریم، عمود می‌باشد.

۲-۲- ماهیت فشار در سیالات

ماهیت فشار در گازها و مایعات متفاوت است. در مورد مایعات، فواصل مولکولها کم است و بدین ترتیب، مولکولها قادرند نیروهایی را که به هر یک از آنها وارد می‌شود به مولکولهای دیگر منتقل سازند. بعبارت دیگر مولکولهایی که در عمق معینی از یک مایع ساکن قرار دارند، می‌توانند نیروی ناشی از وزن مولکولهای بالاتر را به قسمت‌های زیرین منتقل کنند، بنابراین فشار در هر نقطه از

یک مایع ساکن، از وزن ذرات مایعی که در ارتفاع بالاتر از آن قرار دارند، ناشی می‌شود. در مورد گازها؛ بویژه گازهای کامل فواصل مولکولی به حدی است که عملاً مولکولها مستقل از یکدیگرند. بنابراین وزن یک مولکول گاز نمی‌تواند به مولکول دیگر منتقل شود. بنابراین منشأ فشار در داخل گازها چیزی بغیر از وزن آنهاست. عامل فشار در گازها ضربات مولکولهای آنهاست که به یک سطح برخورد می‌کند. عبارت دیگر فشار در هر نقطه از یک گاز ساکن، عبارتست از تعداد ضرباتی است که مولکولهای آن در آن نقطه بر واحد سطح اعمال می‌کنند.

۲-۳- واحدهای فشار

با توجه به تعریف فشار، بعد فیزیکی آن از تقسیم ابعاد نیرو به سطح بدست می‌آید.
واحدهای فشار در دستگاههای مختلف بشرح زیر است:

الف- در سیستم CGS $\text{بار} = \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} = \frac{\text{دین}}{\text{سانتی متر مربع}}$

ب- در سیستم بین‌المللی SI $\text{پاسکال} = \frac{\text{نیوتن}}{\text{متر مربع}} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

ج- در سیستم بین‌المللی $\frac{\text{کیلوگرم نیرو}}{\text{متر مربع}} = \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$

د- در کارهای مهندسی معمولاً واحد فشار اتمسفر در نظر گرفته می‌شود:

$$\text{اتمفر} = \frac{\text{کیلوگرم نیرو}}{\text{سانتی متر مربع}} = \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} = 14.7$$

۲-۴- رابطه اساسی فشار استاتیکی

بمنظور تعیین فشار سیال ساکن جزئی از یک سیال به شکل متوازی السطوحی به اضلاع δ_x ، δ_y ، δ_z را در نظر می‌گیریم. اگر اضلاع این متوازی السطوح از سیال را به اندازه کافی کوچک فرض کنیم می‌توانیم از تغییرات جرم مخصوص در داخل آن صرف‌نظر کرده و نیروهایی که به این جزء سیال وارد می‌شوند: یکی نیروی وزن سیال می‌باشد که در امتداد قائم و بطرف پائین وارد می‌شود و دیگری نیروهای فشاری هستند که به حالت عمودی بر وجوه این متوازی السطوح وارد می‌شوند اگر فشار در مرکز متوازی السطوح P باشد، فشار موثر بر سطوح متوازی الاضلاع در سطوح افقی بالا و پائین مانند شکل زیر خواهد بود.

$$\delta_v = \delta_x \delta_y \delta_z$$

$$\delta_w = \gamma \delta_v = \gamma \delta_x \delta_y \delta_z$$

$$\Sigma \delta f_x = 0 \rightarrow (P - \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\delta_x}{2}) \delta_y \delta_z - (P + \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\delta_x}{2}) \delta_y \delta_z = - \frac{\partial P}{\partial x} \delta_x \delta_y \delta_z$$

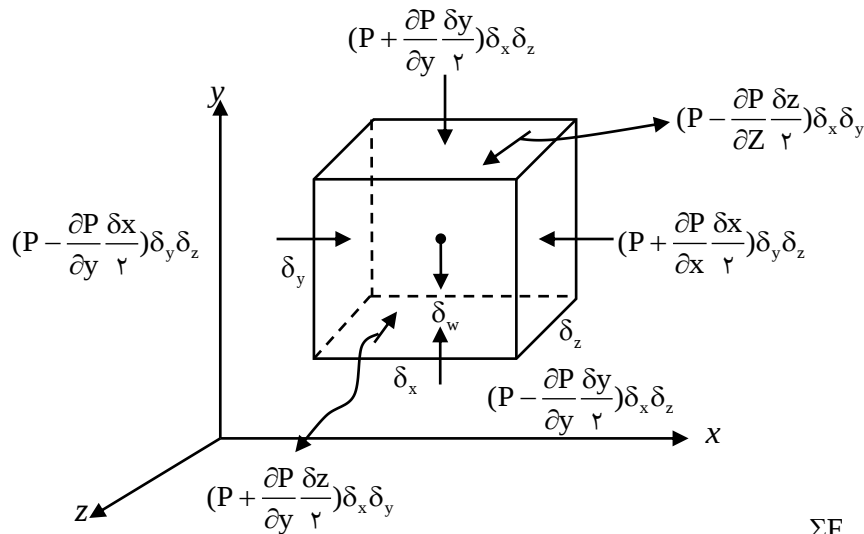
$$\Sigma \delta f_y = 0 \rightarrow (P - \frac{\partial P}{\partial y} \frac{\delta_y}{2}) \delta_x \delta_y - (P + \frac{\partial P}{\partial y} \frac{\delta_y}{2}) \delta_x \delta_y - \gamma \delta_x \delta_y \delta_z = - \frac{\partial P}{\partial y} \delta_x \delta_y \delta_z - \gamma \delta_x \delta_y \delta_z$$

$$\Sigma \delta f_z = 0 \rightarrow (P - \frac{\partial P}{\partial z} \frac{\delta_z}{2}) \delta_x \delta_y - (P + \frac{\partial P}{\partial z} \frac{\delta_z}{2}) \delta_x \delta_y = - \frac{\partial P}{\partial z} \delta_x \delta_y \delta_z$$

$$\Sigma F = \Sigma f_x \vec{i} + \Sigma f_y \vec{j} + \Sigma f_z \vec{k} \Rightarrow$$

$$\Sigma F = -(\frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k}) \delta_x \delta_y \delta_z - \gamma \delta_x \delta_y \delta_z \Rightarrow$$

$$\frac{\Sigma f}{\delta_x \delta_y \delta_z} = \frac{\Sigma F}{\delta V} = -(\frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k}) - \gamma \vec{j} = -\vec{\nabla} P - \gamma \vec{j}$$



برای سیال ساکن $\frac{\Sigma F}{\delta V} = 0$ خواهد بود بنابراین

$$\Sigma f_x = \Sigma f_y = \Sigma f_z = 0$$

یعنی:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial P}{\partial x} &= 0 \\ -\frac{\partial P}{\partial y} - \gamma &= 0 \rightarrow \frac{\partial P}{\partial y} = -\gamma \\ -\frac{\partial P}{\partial z} &= 0 \end{aligned}$$

درباره وضعیت هیدرواستاتیک نتایج زیر بدست می آید:

در یک سیال ساکن یکنواخت با توزیع خطی، فشار فقط با فاصله عمودی تغییر می کند و با شکل ظرف خود ارتباطی ندارد و در یک صفحه افقی داخل سیال فشار در تمام نقاط یکنواخت است و با افزایش عمق بیشتر می شود. چون فشار با y تغییر می کند، در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -\gamma \Rightarrow \frac{dP}{dy} = -\gamma$$

بایستی توجه داشت که در رابطه فوق امتداد مثبت y به سوی بالاست. با توجه به اینکه در کارهای معمولی امتداد مثبت به سمت پائین متوجه است (مثلاً هر چه از سطح آب پائین تر رویم، فشار اضافه می شود) لذا رابطه فوق در کارهای مهندسی معمولاً به شکل زیر نوشته می شود:

$$dP = \gamma dh$$

که در آن h عمق نقطه از سطح آزاد سیال می باشد.

این رابطه بنام رابطه اساسی استاتیک سیالات خوانده می شود و به کمک آن می توان فشار در هر نقطه از یک سیال در حالت سکون را بدست آورد.

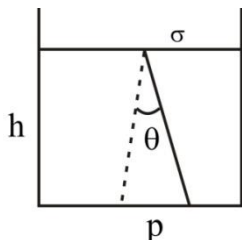
تذکره: برای تعیین فشار در هر نقطه از سیال بایستی از رابطه فوق انتگرالگیری کرد، در مورد گازها، چون وزن مخصوص γ ثابت نیست، برای انتگرالگیری رابطه اساسی بایستی نحوه تغییرات γ نسبت به h مشخص باشد. در مورد مایعات وزن مخصوص ثابت است و بنابراین اگر بخواهیم فشار در نقطه ای از مایع را که در عمق h از سطح آزاد آن قرار دارد محاسبه کنیم خواهیم داشت:

$$dP = \gamma dh \rightarrow P = \gamma h + c_1$$

$$h = 0 \rightarrow P = P_0 \rightarrow c_1 = P_0 \rightarrow P = \gamma h + P_0$$

نتیجه: بطوریکه از رابطه فشار هیدرواستاتیک پیداست؛ فشار با عمق افزایش یافته و تغییرات آن نسبت به عمق به صورت خطی می‌باشد و نیز مقدار این فشار در نقاطی که دارای عمق ثابت‌اند، مساوی است.

تذکر: با توجه به شکل زیر $\tan \theta = \frac{P}{h} = \gamma$ در نتیجه هرچه γ سیال بیشتر باشد، زاویه θ بیشتر می‌شود.



۲-۵- فشار هیدرواستاتیک در گازها:

گازها با جرم مخصوص تقریباً متناسب با فشار، تراکم پذیرند، بنابراین، جرم مخصوص در معادله بالا بویژه با انتگرالگیری روی تغییرات فشار زیاد، باید بعنوان یک متغیر در نظر گرفت و با بکار بردن قانون گاز کامل داریم:

$$P = \rho RT$$

$$\frac{dP}{dy} = -\rho g = -\frac{P}{RT} g \Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{g}{RT} dy$$

حالت اول: اگر دما ثابت باشد؛ یعنی $T = T_0$:

$$\int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = -\frac{g}{RT_0} \int_{y_0}^y dy \Rightarrow \ln P \Big|_{P_0}^P = -\frac{g}{RT_0} y \Big|_{y_0}^y \rightarrow P = P_0 e^{(-g(y-y_0)/RT_0)}$$

حالت دوم: دما بطور خطی با ارتفاع تغییر می‌کند، در این حالت تغییرات دما با رابطه زیر نشان داده می‌شود:

$$T = T_0 + ky$$

که در آن T_0 دما در خط مبنا (y_0) است. K مقداری ثابت است که غالباً نرخ تنزل نامیده می‌شود. K برای اتمسفر اطراف زمین منفی است.

$$\gamma = \frac{Pg}{RT}, \quad y = \frac{P}{\gamma} \Rightarrow$$

$$dy = \frac{dT}{k} \rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{g}{kR} \frac{dT}{T} \rightarrow \ln \frac{P}{P_0} = -\frac{g}{kR} \ln \frac{T}{T_0} = \ln \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{g}{kR}} \rightarrow P = P_0 \left(\frac{T_0}{T_0 + ky} \right)^{\frac{g}{kR}}$$

T_0 بر حسب درجه حرارت مطلق است (درجه کلون).

مثال: دمای اتمسفر در سطح دریا 15°C بوده و به ازای هر 500 mm ارتفاع از سطح دریا، 1°C کاهش می‌یابد. ثابت گازی R اتمسفر برابر 220 می‌باشد. در چه ارتفاعی فشار 30% فشار مربوطه در سطح دریاست؟

حل: گزینه ۳ صحیح است.

$$T = T_0 + ky \rightarrow T - T_0 = ky \rightarrow -1 = 500 \cdot k \rightarrow k = \frac{-1}{500}$$

$$P = P_0 \left(\frac{T_0}{T_0 + ky} \right)^{\frac{g}{kR}} \Rightarrow \frac{P}{P_0} = 0.3 = \left(\frac{15 + 273}{15 + 273 - \frac{1}{500} y} \right)^{\frac{9.81}{220 \cdot (-\frac{1}{500})}} \rightarrow y = 7570 \text{ m}$$

۲-۶- ارتفاع نظیر فشار و فشار هوا

اگر فشار موثر بر سطح آزاد مایع را صفر فرض کنیم رابطه فشار هیدرواستاتیک $P = \gamma h$ خواهد بود که می‌توان آنرا بشکل $h = \frac{P}{\gamma}$ نوشت. در این رابطه h بنام ارتفاع نظیر فشار خوانده می‌شود و بدین معنی است که اگر فشار در نقطه‌ای از سیال برابر P باشد، این فشار قادر است سیال را تا ارتفاع h از نقطه مزبور بالاتر ببرد. هوا نیز در حقیقت سیالی است که تا فاصله معینی از سطح زمین ادامه دارد و بدین ترتیب نظیر هر سیال دیگر بر تمام سطوحی که در آن قرار گیرند فشاری وارد می‌کند که بنام فشار هوا یا فشار اتمسفر موسوم است.

$$\text{فشار اتمسفر در سطح دریا برابر } 1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \text{ و ارتفاع نظیر فشار آن برابر } 76 \text{ سانتی‌متر جیوه یا } 10 \text{ متر آب است.}$$

$$760 \text{ mmHg} = 10.3 \text{ mH}_2\text{O} = 101.3 \text{ kPa} = 1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = 14.7 \text{ psi} = 29.92 \text{ in Hg} = 33.9 \text{ ftH}_2\text{O}$$

مثال: $P = 1/6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ بر حسب متر مایعی که وزن مخصوص آن $3 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ است کدام است؟

$$(1) \quad 12/3 \text{ m} \quad (2) \quad 12/5 \text{ m} \quad (3) \quad 12/7 \text{ m} \quad (4) \quad 12/9 \text{ m}$$

حل: گزینه ۱ صحیح است.

$$h_1 = \frac{P}{\gamma} = \frac{1600 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^2}}{1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}} = 1600 \text{ cm} = 16 \text{ m}$$

$$h_2 = h_1 \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = 16 \times \frac{1}{1/3} = 12/3 \text{ m}$$

۲-۷- اساس اندازه‌گیری فشار سیالات

فشار سیالات به دو صورت فشار مطلق و فشار نسبی بیان می‌شود.

۱- فشار مطلق: هرگاه فشار سیالات نسبت به خلاء مطلق سنجیده شود آنرا بنام فشار مطلق خوانده و با P_{abs} نشان می‌دهند.

۲- فشار نسبی: اگر فشار سیال نسبت به فشار اتمسفر سنجیده شود آنرا فشار نسبی خوانده و با P_{gage} نشان می‌دهند.

$$P_{abs} = P_{atm} + P_{gage}$$

تذکر: در مکانیک سیالات و بویژه هیدرولیک، غالباً فشار نسبی سیالات مورد نظر است.

تذکر: فشار مطلق هیچ گاه نمی‌تواند کمتر از صفر گردد.

۲-۸- وسایل اندازه‌گیری فشار:

فشار سیالات بوسیله دستگاههای فشار سنج (پیزومتر) اندازه‌گیری می‌شود. مبنای کار این دستگاهها اندازه‌گیری ارتفاع نظیر فشار

یعنی کمیت $\frac{P}{\gamma}$ می‌باشد.

۲-۹- فشارسنج مایعی

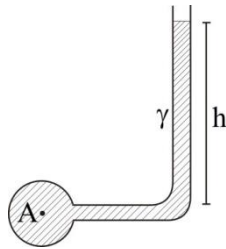
۱- فشارسنج مایعی روباز:

این نوع فشارسنجها لوله‌های شیشه‌ای قائم هستند که یک انتهای آنها به هوای آزاد مرتبط بوده و انتهای دیگر آن توسط سوراخ کوچکی به نقطه‌ای که منظور اندازه‌گیری فشار آن است وصل شده است.

۲- فشارسنج مایعی اختلافی:

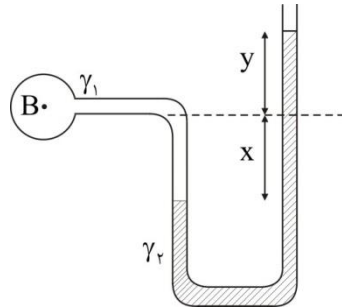
در این نوع فشارسنج دو انتهای آن به دو نقطه وصل شده است و اختلاف فشار دو نقطه را نشان می‌دهد.

۲-۱۰- رابطه تعادلی فشار در سیستم:



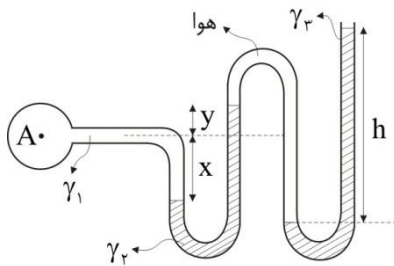
$$P_A - \gamma h = P_o = 0 \rightarrow P_A = \gamma h$$

P_A : فشار گیج یا فشار نسبی می باشد.



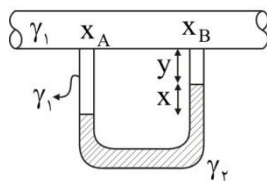
$$P_B + \gamma_1 x - \gamma_2 (x + y) = 0 \rightarrow P_B = (\gamma_2 - \gamma_1)x + \gamma_2 y$$

در رابطه فوق از فشار و وزن هوا صرف نظر می شود.



$$P_A + \gamma_1 x - (x + y)\gamma_2 - \gamma_3 h = 0$$

$$P_A = (\gamma_2 - \gamma_1)x + \gamma_2 y + \gamma_3 h$$



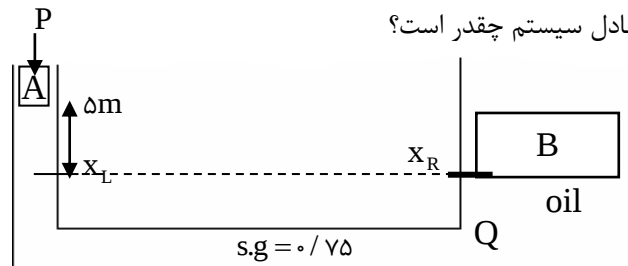
$$P_A + (x + y)\gamma_1 - x\gamma_2 - y\gamma_1 = P_B$$

$$P_A - P_B = (\gamma_2 - \gamma_1)x$$

مثال: در سیال تنش برشی در تمامی سیال یکسان خواهد بود (صفر خواهد بود) هرگاه:

- (۱) سیال بدون اصطکاک باشد.
 - (۲) سیال غیر قابل تراکم باشد.
 - (۳) هیچ لایه سیال نسبت به لایه دیگر حرکت نکند.
 - (۴) سیال غیر قابل تراکم باشد.
- حل: گزینه ۳ صحیح است.

مثال: در شکل زیر مساحت پیستون A و B به ترتیب 0.004 m^2 و 0.04 m^2 و همچنین وزن پیستون B، 40 KN می باشد. با صرف نظر از وزن A، نیروی P برای تعادل سیستم چقدر است؟



(۴) $69/3 \text{ kPa}$

(۳) $67/2 \text{ kPa}$

(۲) $65/3 \text{ kPa}$

(۱) $63/2 \text{ kPa}$

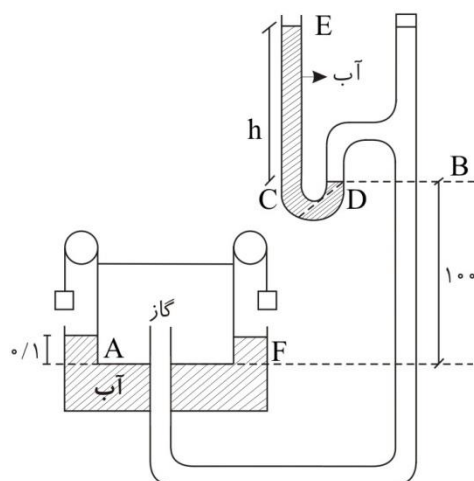
حل: گزینه ۱ صحیح است.

فشار در تراز x_L و x_R با هم مساوی است در نتیجه:

$$P_A + \rho gh = \frac{\text{وزن پیستون B}}{\text{مساحت پیستون B}}$$

$$P_A + 0.75 \times 9810 \times 5 = \frac{40 \times 10^3}{0.4} \rightarrow P_A = 63200 \text{ Pa}$$

مثال: ارتفاع نظیر فشار (هد فشار) در تراز A-A، ۰/۰۹ متر ارتفاع آب می‌باشد و وزن واحد گاز و هوا بترتیب $\frac{N}{m^3}$ و $\frac{N}{m^3}$



با فرض ناچیز بودن فشار در تراز E مقدار h کدام است؟

۰/۱۲m (۱)

۰/۱۷m (۲)

۰/۱۹m (۳)

۰/۲۱m (۴)

حل: گزینه ۲ صحیح است.

فرض می‌کنیم که مقدار وزن واحد گاز ρg تا ارتفاع ۱۰۰ متری ثابت باشد خواهیم داشت:

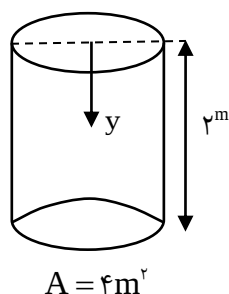
$$P_{E(\text{abs})} + 9810 \cdot h + 0.75 \times 100 = P_{A(\text{abs})} \quad (1)$$

$$P_{A(\text{abs})} - 0.75 \times 9810 - 12/4(h + 100 - 0.75) = P_{E(\text{abs})} \quad (2)$$

از رابطه ۱ و ۲ و با جایگذاری $P_{E(\text{abs})} = 0$ خواهیم داشت:

$$9810 \cdot h = 100 \cdot (12/4 - 0.75) + 0.75(9810) \rightarrow h = 0.17m$$

مثال: یک ظرف استوانه‌ای به مساحت $4m^2$ و ارتفاع $2m$ از سیالی به وزن مخصوص $\gamma = 2 + 4y$ پر شده است. نیروی هیدرواستاتیکی ناشی از وزن سیال بر کف ظرف چقدر است؟



۱۰ (۱)

۱۱ (۲)

۱۲ (۳)

۱۳ (۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است.

$$P = \int \gamma dy \rightarrow$$

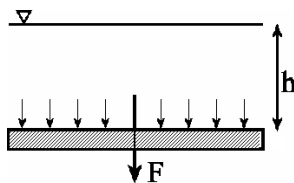
$$P = \int_0^2 (2 + 4y) dy = 2y + 2y^2 \Big|_0^2 = 12$$

۲-۱۱- فشار سیالات بر سطوح مستوی

در این قسمت هدف تعیین نیروی فشار وارده از طرف سیال بر یک سطح مستوی، که در داخل آن قرار گرفته می‌باشد. اگر سیال موردنظر گاز باشد، از آنجا که تغییرات فشار در داخل آن و در نقاط مختلف یکسان است، لذا نیروی فشار موثر را براحتی می‌توان از ضرب فشار در مساحت سطح موردنظر بدست آورد. نقطه اثر برآیند نیروی فشاری نیز همان مرکز ثقل صفحه می‌باشد. در مورد مایعات اینطور نیست، زیرا در حالت کلی فشار وارده از طرف مایع، در نقاط مختلف سطح متفاوت است. فلذا به شرح حالات مختلف می‌پردازیم:

۱- حالتی که صفحه افقی باشد:

همانطور که قبلاً بیان شد فشار در نقاط مختلف یک صفحه افقی یکسان است و کافیت این فشار ثابت را در سطح ضرب کنیم تا نیروی وارده بدست آید.



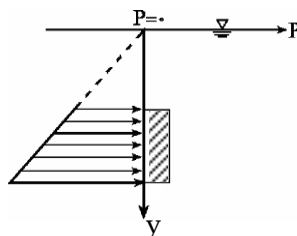
$$P = \gamma \cdot h, \quad F = \gamma h \times A$$

واضح است که نیروی F از مرکز ثقل سطح اثر می‌گذرد.

۲- حالتی که صفحه قائم باشد:

در این حالت میزان فشار در بالا و پائین صفحه متفاوت است. اگر منحنی تغییرات فشار در ارتفاع را ترسیم کنیم، ملاحظه می‌شود که فشار نسبت به عمق بصورت خطی رابطه دارد و هر چه عمق بیشتر می‌شود فشار نیز افزایش می‌یابد (شکل زیر). همانطوریکه که از شکل پیداست، سطح هاشور خورده که بصورت یک دوزنقه است و عرض صفحه موردنظر منشوری را تشکیل می‌دهند که بنام منشور فشار نامیده می‌شود.

در چنین حالتی برآیند نیروهای وارد بر صفحه موردنظر برابر وزن منشور فوق الذکر بوده و از مرکز ثقل منشور می‌گذرد.



۳- حالت کلی:

صفحه مسطحی را که بوسیله تصویرش بصورت AB نمایش داده شده است، در نظر می‌گیریم. زاویه این صفحه با سطح افق θ است. تقاطع سطح شیبدار با سطح آزاد مایع را محور X می‌گیریم و محور Y را مطابق شکل از مبدأ O بر روی سطح آزاد انتخاب می‌کنیم. حال برای تعیین نیروی فشاری وارد بر این سطح یک جزء کوچک dA از آن در نظر گرفته و عمق این سطح کوچک را نسبت به سطح آزاد مایع h می‌نامیم. فشار هیدرواستاتیک در این نقطه برابر $P_0 + \gamma h$ و نیروی وارده بر این سطح بصورت زیر خواهد بود:

$$dF = PdA = (P_0 + \gamma h)dA = P_0 dA + \gamma h dA$$

که در آن dF نیروی وارد بر سطح dA و P_0 فشار وارد بر سطح مایع و P فشار موثر بر جزء سطح dA و γ وزن مخصوص مایع است بنابراین داریم:

$$F = P_0 \int dA + \gamma \int h \times dA = P_0 A + \gamma \int h \times dA$$

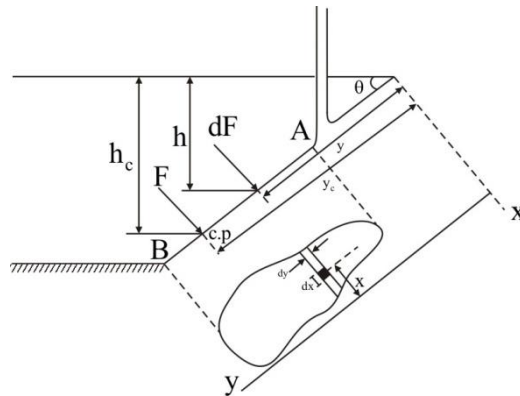
از آنجا که $h = y \sin \theta$ در نتیجه:

$$F = P_0 \int dA + \gamma \int y \sin \theta dA = P_0 A + \gamma \sin \theta \int y dA$$

$\int y dA$ همان استاتیگ سطح A نسبت به محور ox است و مقدار آن در مقاومت مصالح ثابت شده که برابر حاصلضرب سطح مزبور در فاصله مرکز ثقل آن تا محور ox می‌باشد. $(\int y . dA = y_c . A)$

$$\rightarrow F = P_o A + \gamma \sin \theta y_c A = P_o A + \gamma h_c A = (P_o + \gamma h_c) A = P_c A$$

همانطور که ملاحظه می‌شود نیروی فشاری که از طرف مایع بر روی یک صفحه به مساحت A وارد می‌شود برابر حاصلضرب مساحت صفحه، وزن مخصوص مایع، و فاصله مرکز ثقل صفحه تا سطح آزاد مایع می‌باشد و این نیرو، نیروی عمودی وارد بر صفحه است.



۲-۱۲- مرکز فشار:

همانطور که در شکل قبل ملاحظه می‌شود نیروی F در نقطه‌ای مانند $c.p$ وارد می‌شود که این نقطه را مرکز فشار می‌نامند. تذکر: چون فشار وارده با عمق افزایش می‌یابد لذا مرکز فشار در حالت کلی در زیر مرکز ثقل قرار دارد.

۲-۱۲-۱- موقعیت مرکز فشار:

برای بدست آوردن موقعیت عمقی مرکز فشار باید لنگر برآیند نیروهای فشاری را نسبت به محور OX حساب کنیم. اگر فاصله مرکز فشار تا محور OX را y_{cp} بنامیم داریم:

$$F . y_{cp} = \int P dA . y = \int \gamma h y dA, \quad h = y \sin \theta \rightarrow$$

$$F . y_{cp} = \gamma \sin \theta \int y^2 dA = \gamma \sin \theta I_x \rightarrow y_{cp} = \frac{\gamma \sin \theta I_x}{F} \quad (1)$$

از طرفی

$$F = \gamma h_c A = \gamma y_c \sin \theta . A \quad (2)$$

از (۱) و (۲) داریم:

$$y_{cp} = \frac{I_x}{y_c . A}$$

داریم:

$$I_x = I_{x_o} + y_c^2 A \rightarrow y_{cp} = \frac{I_{x_o} + y_c^2 A}{y_c A} \rightarrow y_{cp} = y_c + \frac{I_{x_o}}{y_c . A}$$

که در آن I_x : ممان اینرسی نسبت به محور OX است و I_{x_o} : ممان اینرسی نسبت به تار خنثی است.

اگر فاصله مرکز فشار تا محور oy را x_{cp} بنامیم داریم:

$$F_x y_{cp} = \int P . dA . x = \int \gamma h x dA, \quad h = y \sin \theta$$

$$\gamma y \sin \theta . A . x_p = \gamma \sin \theta \int x y dA = \gamma \sin \theta I_{xy} \Rightarrow$$

$$x_p = \frac{I_{xy}}{y A}$$